

הערה 13.39 דוגמה:

• נוכיח כי $f id true : Bool$:

$$\begin{array}{c}
 \frac{}{x : Bool \rightarrow Bool, y : Bool \vdash x : Bool \rightarrow Bool} T - VAR \quad \frac{}{x : Bool \rightarrow Bool, y : Bool \vdash y : Bool} T - VAR \\
 \frac{}{x : Bool \rightarrow Bool, y : Bool \vdash x y : Bool} T - APP \\
 \frac{}{x : Bool \rightarrow Bool, y : Bool \vdash \lambda y : Bool. x y : Bool \rightarrow Bool} T - ABS \\
 \frac{}{\vdash (\lambda x : Bool \rightarrow Bool. \lambda y : Bool. x y) : (Bool \rightarrow Bool) \rightarrow (Bool \rightarrow Bool)} T - ABS \\
 \frac{}{\vdash f id : Bool \rightarrow Bool} T - APP \quad \frac{}{\vdash true : Bool} T - TRUE \\
 \frac{}{\vdash (f id) true : Bool} T - APP
 \end{array}$$

- נוכיח כי אין T עם $\vdash f \text{ true } id : T$. נניח בשלילה שיש T כזה. אז הגזירה שמראה זאת חייבת להסתיים כמו הגזירה הבאה. אבל לא יכולה להיות גזירה כזו כי אין כלל שניתן להפעיל כדי לקבל את הצד השמאלי ביותר. הסיבה לכך היא שהכלל היחיד שניתן להפעיל הוא $T - ABS$, שכן הביטוי הוא אבסטרקציה. אבל כלל $T - ABS$ דורש שהטיפוס שמיד לפני הנקודה (במקרה זה $Bool \rightarrow Bool$) יהיה זהה לטיפוס שבצד שמאל של החץ (במקרה זה $Bool$). במילים אחרות, בהפעלה הנדרשת של כלל $T - ABS$, T_1 חייב להיות גם $Bool \rightarrow Bool$ וגם $Bool$. סתירה.

$$\frac{\frac{\frac{\text{stuck}}{\vdash \lambda x : Bool \rightarrow Bool. \lambda y : Bool. x y : Bool \rightarrow ((Bool \rightarrow Bool) \rightarrow T)}}{T - ABS} \quad \frac{}{\vdash true : Bool} T - TRUE}{\vdash f \text{ true } : (Bool \rightarrow Bool) \rightarrow T} \quad \frac{}{\vdash id : Bool \rightarrow Bool} T - APP}{\vdash (f \text{ true }) id : T} T - APP$$