

עקרונות שפות תכנות -- דף נוסחאות, סמסטר א', 2024/2025

1. כללי הסמנטיקה הטבעית:

$$\overline{\langle x := a, s \rangle \rightarrow s[x \mapsto A[a]s]} : ass \quad (\aleph)$$

$$\overline{\langle skip, s \rangle \rightarrow s} : skip \quad (\aleph)$$

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \rightarrow s', \langle S_2, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle S_1; S_2, s \rangle \rightarrow s''} : comp \quad (\aleph)$$

$$B[b]s = tt \text{ אם } \frac{\langle S_1, s \rangle \rightarrow s'}{\langle if\ b\ then\ S_1\ else\ S_2, s \rangle \rightarrow s'} : if^{tt} \quad (\daleth)$$

$$B[b]s = ff \text{ אם } \frac{\langle S_2, s \rangle \rightarrow s'}{\langle if\ b\ then\ S_1\ else\ S_2, s \rangle \rightarrow s'} : if^{ff} \quad (\hehe)$$

$$B[b]s = tt \text{ אם } \frac{\langle S, s \rangle \rightarrow s' \quad \langle while\ b\ do\ S, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle while\ b\ do\ S, s \rangle \rightarrow s''} : while^{tt} \quad (\aleph)$$

$$B[b]s = ff \text{ אם } \frac{}{\langle while\ b\ do\ S, s \rangle \rightarrow s} : while^{ff} \quad (\aleph)$$

2. כללי הסמנטיקה האקסיומטית:

$$\overline{\{P[x \mapsto A[a]]\}x := a\{P\}} : ass_p \quad (\aleph)$$

$$\overline{\{P\}skip\{P\}} : skip_p \quad (\aleph)$$

$$\frac{\{P\}S_1\{Q\} \quad \{Q\}S_2\{R\}}{\{P\}S_1; S_2\{R\}} : comp_p \quad (\aleph)$$

$$\frac{\{B[b] \wedge P\}S_1\{Q\} \quad \{\neg B[b] \wedge P\}S_2\{Q\}}{\{P\}if\ b\ then\ S_1\ else\ S_2\{Q\}} : if_p \quad (\daleth)$$

$$\frac{\{B[b] \wedge P\}S\{P\}}{\{P\}while\ b\ do\ S\{\neg B[b] \wedge P\}} : while_p \quad (\hehe)$$

$$Q\sigma \text{ גורר } Q' \sigma \text{-} \aleph \text{ אם } P\sigma, \sigma \text{ לכל } \frac{\{P'\}S\{Q'\}}{\{P\}S\{Q\}} : cons_p \quad (\aleph)$$

3. כללי הרדוקציה בתחשיב למדא ללא טיפוסים:

$$(\lambda x.t_{12})t_2 \rightarrow t_{12}[x \mapsto t_2] : E - AppAbs \quad (\aleph)$$

$$\frac{t_1 \rightarrow t'_1}{t_1 t_2 \rightarrow t'_1 t_2} : E - App1 \quad (\aleph)$$

$$\frac{t_2 \rightarrow t'_2}{t_1 t_2 \rightarrow t_1 t'_2} : E - App2 \quad (\aleph)$$

$$\frac{t_1 \rightarrow t'_1}{(\lambda x.t_1) \rightarrow \lambda x.t'_1} : E - Abs \quad (\daleth)$$

4. כללי הרדוקציה בתחשיב למדא עם טיפוסים:

$$(\lambda x : T.t_{12})t_2 \rightarrow t_{12}[x \mapsto t_2] : E - AppAbs \quad (\aleph)$$

$$\frac{t_1 \rightarrow t'_1}{t_1 t_2 \rightarrow t'_1 t_2} : E - App1 \quad (\aleph)$$

$$\frac{t_2 \rightarrow t'_2}{t_1 t_2 \rightarrow t_1 t'_2} : E - App2 \quad (\aleph)$$

$$\frac{t_1 \rightarrow t'_1}{(\lambda x : T.t_1) \rightarrow \lambda x : T.t'_1} : E - Abs \quad (\daleth)$$

$$if\ true\ then\ t_1\ else\ t_2 \rightarrow t_1 : E - If1 \quad (\hehe)$$

$$if\ false\ then\ t_1\ else\ t_2 \rightarrow t_2 : E - If2 \quad (\aleph)$$

$$\frac{t_1 \rightarrow t'_1}{if\ t_1\ then\ t_2\ else\ t_3 \rightarrow if\ t'_1\ then\ t_2\ else\ t_3} : E - If3 \quad (\aleph)$$

5. ערכים בתחשיב למדא ללא טיפוסים: אבסטרקציות

6. ערכים בתחשיב למדא עם טיפוסים: אבסטרקציות, $false, true$

7. אסטרטגיות:

(א) רדוקציה מלאה: ניתן להשתמש בכל הכללים ללא הגבלה

(ב) CBN : אסור להשתמש בכללים $E - App2$ ו- $E - Abs$

(ג) CBV :

i. בכלל $E - AppAbs$ חייב להיות ערך

ii. בכלל $E - App2$ חייב להיות ערך

iii. אסור להשתמש בכלל $E - Abs$

8. קומבינטורים חשובים בתחשיב למדא ללא טיפוסים:

$$test = \lambda l.\lambda m.\lambda n.l\ m\ n \quad (\aleph)$$

$$tru = \lambda t.\lambda f.t \quad (\aleph)$$

$$fls = \lambda t.\lambda f.f \quad (\aleph)$$

$$\dots, c_2 = \lambda s.\lambda z.s\ s\ z, c_1 = \lambda s.\lambda z.s\ z, c_0 = \lambda s.\lambda z.z \quad (\daleth)$$

$$scc = \lambda n.\lambda s.\lambda z.s\ (n\ s\ z) \quad (\hehe)$$

$$plus = \lambda m.\lambda n.\lambda s.\lambda z.m\ s\ (n\ s\ z) \quad (\aleph)$$

$$times = \lambda m.\lambda n.m\ (plus\ n) \quad c_0 \quad (\aleph)$$

$$pair = \lambda f.\lambda s.\lambda b.b\ f\ s \quad (\hehe)$$

$$fst = \lambda p.p\ tru \quad (\aleph)$$

$$snd = \lambda p.p\ fls \quad (\aleph)$$

$$zz = pair\ c_0\ c_0 \quad (\hehe)$$

$$ss = \lambda p.pair\ (snd\ p)\ (plus\ c_1\ (snd\ p)) \quad (\aleph)$$

$$prd = \lambda m.fst\ (m\ ss\ zz) \quad (\hehe)$$

$$sub = \lambda m.\lambda n.n\ prd\ m \quad (\aleph)$$

$$Y = \lambda f.(\lambda x.f\ (x\ x))\ (\lambda x.f\ (x\ x)) \quad (\aleph)$$

9. כללי ההתפסה בתחשיב למדא עם טיפוסים:

$$\frac{x : T \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : T} : T - VAR \quad (\aleph)$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash true : Bool} : T - TRUE \quad (\aleph)$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash false : Bool} : T - FALSE \quad (\aleph)$$

$$\frac{\Gamma \vdash t_1 : Bool \quad \Gamma \vdash t_2 : T \quad \Gamma \vdash t_3 : T}{\Gamma \vdash if\ t_1\ then\ t_2\ else\ t_3 : T} : T - IF \quad (\daleth)$$

$$\frac{\Gamma \vdash t_1 : T_{11} \rightarrow T_{12} \quad \Gamma \vdash t_2 : T_{11}}{\Gamma \vdash t_1\ t_2 : T_{12}} : T - APP \quad (\hehe)$$

$$\frac{\Gamma, x : T_1 \vdash t_2 : T_2}{\Gamma \vdash \lambda x : T_1.t_2 : T_1 \rightarrow T_2} : T - ABS \quad (\aleph)$$

כאשר אין ביטוי מהצורה $\lambda x.t$

10. יהי t ביטוי נגדיר את A_t - קבוצת משוואות הטיפוסים המתאימה ל- t . לכל ביטוי שמופיע ב- t ניצור משתנה טיפוס α_t משלו. ואז:

(א) לכל מופע $t_1 t_2$ נוסף את $\alpha_{t_1 \rightarrow t_2}$ ל- A_t .

(ב) לכל מופע $fun\ x \rightarrow t'$ נוסף את α_x ל- A_t .

11. כללי האבולוציה של $OCaml$:

$$\frac{}{E \vdash v \Rightarrow v} Constant \quad (\aleph)$$

$$\frac{E(x) = v}{E \vdash x \Rightarrow v} Var \quad (\aleph)$$

$$\frac{E \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad (x : v_1) :: E \vdash e_2 \Rightarrow v}{E \vdash let\ x = e_1\ in\ e_2 \Rightarrow v} : Let \quad (\aleph)$$

$$\frac{E \vdash e_1 \Rightarrow \langle E', (fun\ x \rightarrow e) \rangle \quad E \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad (x : v_2) :: E' \vdash e \Rightarrow v}{E \vdash (e_1\ e_2) \Rightarrow v} : App1 \quad (\daleth)$$

$$\frac{}{E \vdash (fun\ x \rightarrow e) \Rightarrow \langle E', (fun\ x \rightarrow e) \rangle} : Fun1 \quad (\hehe)$$

$$\frac{E' \vdash e_2 \Rightarrow v}{E \vdash let\ rec\ f\ x = e_1\ in\ e_2 \Rightarrow v} : Letrec \quad (\aleph)$$

כאשר $E' = (f : \langle E', (fun\ x \rightarrow e_1) \rangle) :: E$