


הסקה אוטומטית ושימושיה -- מועד א', סמסטר א', 2024/2025

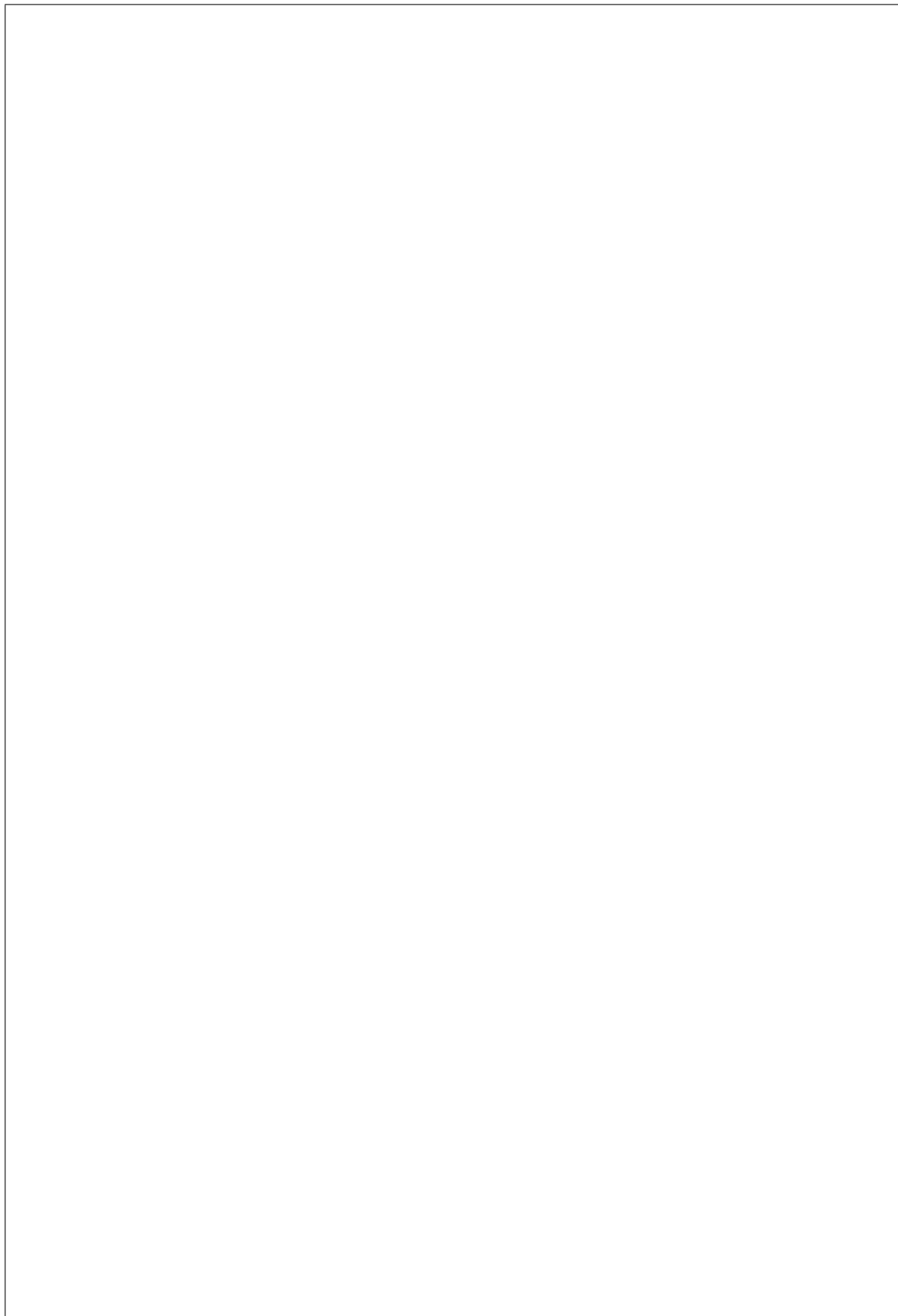
- יש לענות אך ורק בטופס המבחן. מחברת הבחינה לא תיבדק.
- במבחן 4 שאלות.
- מומלץ להשתמש במחברת הבחינה כדי לכתוב טיוטה של התשובות, ואז להעתיקן למקום המתאים בטופס.
- אין צורך להוכיח דבר, אלא אם השאלה מציינת זאת במפורש. למשל: "הציגו", ו-"כתבו" לא מחייבות הוכחה.
- במידת הצורך, בסוף הטופס ישנם דפים נוספים בהם ניתן לכתוב תשובות לשאלות.
- בהצלחה!
- שוב: יש לענות אך ורק בטופס המבחן. מחברת הבחינה לא תיבדק.

1. שאלה על לוגיקה פסוקית:

(א) נגדיר את המשחק "מיקרו סודוקו" באופן הבא: נתונות לנו 3 משבצות. בכל משבצת מותר לכתוב את אחד המספרים 1, 2 או 3. כל אחד מהמספרים חייב להופיע בדיוק במשבצת אחת. מדלו את הבעייה באמצעות נוסחה פסוקית, באופן דומה לאופן שבו בעיית הסודוקו הרגילה נפתרה בשיעורי הבית. בנוסף לכתובת הנוסחה, הסבירו במילים מה כל משתנה מייצג. הנוסחה שתכתבו צריכה להיות ספיקה אם ורק אם יש פתרון לבעיית המיקרו סודוקו. לשם פשטות, נניח שהמשבצות ריקות, כלומר, אין צורך לקחת בחשבון מספרים מסויימים שנתונים במשבצות.



(ב) ליטרל נקרא חיובי אם הוא מהצורה p עבור משתנה פסוקי כלשהו. ליטרל נקרא שלילי אם הוא מהצורה $\neg p$ עבור משתנה פסוקי כלשהו. נוסחת CNF נקראת "נוסחת דואל-הורן" אם בכל פסוקית יש לכל היותר ליטרל אחד שלילי. נוסחת CNF נקראת "נוסחת ריבוי" אם בכל פסוקית יש לפחות שני ליטרלים. הוכיחו שלכל נוסחה φ , אם היא גם נוסחת דואל-הורן וגם נוסחת ריבוי, אז היא ספיקה.



2. שאלה על תחשיבים:

(א) הוכיחו: אם (M, F, D) רוויה ביחס לכללי $DPLL$ וב- M אין אף משתנה שמופיע יותר מפעם אחת, אז


$$v_M(x) = \begin{cases} true & x \in M \\ false & otherwise \end{cases} : \text{כאשר } v_M \models F \text{ מוגדרת על כל משתנה שמופיע ב-} F \text{ באופן הבא:}$$



(ב) להלן נוסחה פסוקית בצורת CNF :

$$F = p_1 \wedge \neg p_3 \wedge (p_1 \vee p_2 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3) \vee (\neg p_1 \vee p_2 \vee p_3) \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3)$$

הציגו גזירה בתחשיב $DPLL$ שמתחילה בקונפיגורציה $(\{\}, F, \emptyset)$ ומסתיימת בקונפיגורציה רוויה. ציינו בכל שלב באיזה כלל נעשה שימוש.



(ג) בונוס (3 נקודות): פתרו את הסעיף הקודם, אך השתמשו בתחשיב $CDCL$ במקום $DPLL$. התחילו בקונפיגורציה $(\square, F, \emptyset, no)$ וסיימו בקונפיגורציה רוויה.

3. שאלה על ביט-וקטורים:

(א) השתמשו בביט-בלאסטינג וכתבו נוסחה בלוגיקה פסוקית שספיקה אם ורק אם הנוסחה הבאה היא BV -ספיקה: $x = x \&_2 y$, כאשר x ו- y הם משתנים מסוג BV_2 .

(ב) לכל $k \in \mathbb{N}$ עם $k > 0$ נסמן ב- 0_k את הביט-וקטור באורך k שכולו מורכב מאפסים, ונסמן ב- φ_k את הנוסחה הבאה:

$$(x +_k y) +_k z = 0_k \wedge x \neq 0_k \wedge y \neq 0_k \wedge z \neq 0_k$$

כאשר x, y, z הם משתנים מסוג BV_k .

i. האם יש $k \in \mathbb{N}$ כך ש $k > 0$ והנוסחה φ_k היא BV -ספיקה? אם כן, מה הוא?

ii. האם יש $k \in \mathbb{N}$ כך ש $k > 0$ והנוסחה φ_k אינה BV -ספיקה? אם כן, מה הוא?

4. שאלה על מערכים וכמתים:

(א) הציגו מבנה Σ_A שאינו מבנה A . הוכיחו כי הוא אכן אינו מבנה A .

(ב) להלן נוסחה: $x_0 = y_0 \vee (\forall x. (\neg (y = z) \wedge \exists w. f(w) = w))$. כתבו נוסחה ששקולה לה בצורת PNF באמצעות השקילויות הנתונות בדף הנוסחאות.
תזכורת: נוסחה A היא בצורת PNF אם יש B בלי כמתים ו- $Q_1, \dots, Q_n \in \{\forall, \exists\}$ כך $\psi: A = Q_1 \dots Q_n. B$.

