

בחינה בקורס תורת הקבוצות (88-202-01) – מועד ב

אוניברסיטת בר-אילן, יום א', כ"ו באדר א' תשע"ט (3.3.19)

מרצה: בועז צבאן.

מתרגלת: תמר בר-און.

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו.

הנחיות

א. השתדל לענות על כל השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטיוטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת בגוף הבחינה, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם יש צורך במקום נוסף עבור התשובה, אפשר להמשיכה בגב אותו דף.

ב. המבחן הוא בשיטת "צבור כפי יכלתך":

הניקוד הכולל לכל שאלה הוא 35 נקודות או יותר.

עד 10 נקודות בונים יינתנו עבור סדר, נקיון, ואלגנטיות התשובות.

שאלה	ניקוד
1	
2	
3	
סדר ונקיון	
סה"כ	

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

הבהרה: גם אם הדבר לא כתוב בשאלה, עליך לנמק את תשובותיך.

בהצלחה!

שאלה 1

- א. הוכח, בעזרת האקסיומות של תורת הקבוצות (ZFC), שלא קיימת סידרה אינסופית יורדת ממש של סודרים.
- ב. הוכח שמחלקת כל הסודרים היא מחלקה של ממש.

תשובה:

שאלה 2

הוכח שהעוצמה של כל קבוצה פרפקטית היא c (עצמת הרצף).

תשובה:

שאלה 3

תהי A קבוצה סדורה בסדר מלא. נאמר שתת־קבוצה $C \subseteq A$ היא קופינלית אם לכל איבר $a \in A$ יש איבר $c \in C$ כך ש $a \leq c$.

הוכח, בעזרת רקורסיה טרנספיניטית: קיים סדר $\gamma \leq |A|^+$ ו γ -סידרה $(a_\alpha : \alpha < \gamma)$ בקבוצה A כך שהקבוצה $\{a_\alpha : \alpha < \gamma\}$ סדורה היטב וקופינלית בקבוצה A .

רמז: בנה סידרה עולה ממש בקבוצה A .

תשובה: