

בחינה בקורס תורת הקבוצות (01-202-88) - מועד ב

אוניברסיטת בר-אילן, יום ד', כ"ח תשרי תשע"ד (2.10.13 למ')

מרצה: בועז צבאן.

מתרגל: חיים שרגא רוזנר.

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו.

הנחיות

א. השתדל לענות על כל השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטייטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת **בגוף הבחינה**, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם יש צורך במקום נוסף עבור התשובה, אפשר להמשיכה בגב אותו דף.

ב. המבחן הוא בשיטת "צבור כפי יכלתך":

הניקוד הכולל לכל שאלה הוא 35 נקודות או יותר.

עד 10 נקודות בונים יינתנו עבור סדר, נקיון, ואלגנטיות התשובות.

ניקוד	שאלה
	1
	2
	3
	סדר ונקיון
	סה"כ

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

בהרה: גם אם הדבר לא כתוב בשאלה, עליך לנמק את תשובותיך.

בהצלחה!

שאלה 1

א. הגדר: הקבוצה A היא **מספר סודר** (בקיצור: **סודר**). (5 נקודות)

ב. הוכח: לכל סודר α מתקיים $\alpha \notin \alpha$. (10 נקודות)

ג. הוכח: לכל סודר α מתקיים $\alpha + 1 = S(\alpha)$. (20 נקודות)

תשובה:

שאלה 2

א. נסח את תנאי צורן עבור קבוצה סדורה חלקית A. (5 נקודות)

ב. נסח את הלמה של צורן. (5 נקודות)

ג. הוכח את הלמה של צורן. (25 נקודות)

תשובה:

שאלה 3

א. לכל אחת מהקבוצות הבאות X , חשב את הקבוצות X' , $X^{(2)} = X''$, $X^{(3)} = X'''$, $X^{(4)} = X''''$:

$$\mathbb{Q}, \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}, \left\{ \frac{1}{n} + \frac{1}{m} : n, m \in \mathbb{N} \right\}, \left\{ \frac{1}{n} + \frac{1}{m} + \frac{1}{k} : n, m, k \in \mathbb{N} \right\}$$

נמק בקצרה את צעדיך. (20 נקודות)

ב. הגזרה: יהי β סודר. β -סידרה של מספרים ממשיים $(r_\alpha : \alpha < \beta)$ היא יורדת אם לכל $\alpha_1 < \alpha_2 < \beta$ מתקיים

$$r_{\alpha_1} > r_{\alpha_2}$$

תהי $(r_\alpha : \alpha < \beta)$ β -סידרה יורדת של מספרים ממשיים. הוכח ש $\beta < \aleph_1$. (20 נקודות)

תשובה: