

בחינה בקורס תורת הקבוצות (01-202-88) - מועד ב

אוניברסיטת בר-אילן, יום ג', י"א ניסן תשע"ב (3.4.12 למ')

מרצה: בועז צבאן.

מתרגלים: יפית נתני, חיים שרגא רוזנר.

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו.

הנחיות

א. השתדל לענות על כל השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטייטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת **בגוף הבחינה**, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם יש צורך במקום נוסף עבור התשובה, אפשר להמשיכה בגב אותו דף.

ב. המבחן הוא בשיטת "צבור כפי יכלתך":

הניקוד על כל שאלה הוא עד 36 נקודות.

עד 12 נקודות בונים יינתנו עבור סדר, נקיון, ואלגנטיות התשובות.

שאלה	ניקוד
1	
2	
3	
סדר ונקיון	
סה"כ	

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

בהרה: גם אם הדבר לא כתוב בשאלה, עליך לנמק את תשובותיך.

בהצלחה!

שאלה 1

יהי κ מונה אינסופי, ותהי A קבוצה סדורה היטב כך שמתקיים: לכל $a \in A$, $|\text{seg}(a)| < \kappa$.
הוכח כי $|A| \leq \kappa$. (36 נקודות)

תשובה:

שאלה 2

הוכח כי לא קיימת "קבוצת כל המונים", כלומר: משפחת כל המונים אינה קבוצה. (36 נקודות)

תשובה:

שאלה 3

הגדרות: פסילה פשוטה במישור \mathbb{R}^2 היא תמונה של פונקציה חד־חד ערכית ורציפה $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$. צביעה של הנקודות במישור \mathbb{R}^2 בצבעים ירוק ואדום היא התאמה של צבע אחד (ירוק או אדום) לכל נקודה במישור.

א. תהי \mathcal{F} קבוצת כל המסילות הפשוטות במישור. הוכח ש $|\mathcal{F}| = c$. (16 נקודות)

ב. הוכח: יש צביעה של הנקודות במישור בצבעים ירוק ואדום כך שבכל מסילה פשוטה במישור, יש גם נקודות שנצבעו ירוק וגם נקודות שנצבעו אדום. (20 נקודות)

תשובה: