

7.7.7 פונקציות רציפות

משפט: יהי f פונקציה רציפה מ- $\mathbb{R}$ אל $\mathbb{R}$ ו- $f(0)=0$

$$f(0)=0$$

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \text{ כזה ש-}$$

$$|f(x)-f(0)| < \epsilon$$

$$\|x\| = \inf_{n \in \mathbb{Z}} |x-n|$$

כל $x \in \mathbb{R}$

על $\mathbb{R}$ נגד $\mathbb{R}$ נגד

כל f פונקציה רציפה מ- $\mathbb{R}$ אל $\mathbb{R}$ ו- $f(0)=0$

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \text{ כזה ש-}$$

$$\|f(x)\| < \epsilon$$

יהי f פונקציה רציפה מ- $\mathbb{R}$ אל $\mathbb{R}$

$$\|f(x)\| < \epsilon \quad \text{①} \quad \text{לכל } x \in \mathbb{R} \text{ ו-} \delta > 0 \text{ כזה ש-}$$

$$\|f(x)\| < \epsilon \quad \text{②} \quad \text{כל } x \in \mathbb{R} \text{ ו-} \delta > 0 \text{ כזה ש-}$$

① תכונה

$$x \in U \text{ ו-} (x, \delta) \text{ כזה ש-}$$

$$N(x, U) = \{n \in \mathbb{N} \mid T^n x \in U\}$$

$$\text{②} \quad \text{כל } x \in U \text{ ו-} \delta > 0 \text{ כזה ש-}$$

$$\text{③} \quad \text{כל } x \in U \text{ ו-} \delta > 0 \text{ כזה ש-}$$

נסתרה: הטופולוגיה של T נקבעת על ידי ρ בלבד.
חומר באופן אחר.

→ $\rho(x) = 0$ כל x נקבעת על ידי ρ בלבד.

~~הטופולוגיה~~ ρ היא הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ .

$$\rho(h) < \epsilon$$

~~הטופולוגיה~~ ρ היא הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ .

~~הטופולוגיה~~

הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ היא הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ .

$$\rho(h) < \epsilon$$

הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ היא הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ .

כל x נקבעת על ידי ρ בלבד.

כל x נקבעת על ידי ρ בלבד.

כל x נקבעת על ידי ρ בלבד.

הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ היא הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ .

הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ היא הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ .

הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ היא הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ .

הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ היא הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ .

הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ היא הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ .

$$\rho(x) \neq 0$$

הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ היא הטופולוגיה הנקבעת על ידי ρ .

יהי T טורוס ה- d מדימנזיה על התחבורות R/Z .
נתון סדרה $(\alpha_1, \dots, \alpha_d)$ כזה ש- α_i מקבלים

נבדוק בהתאמה T^d של T ו- T .

לדבר: הם מתקן המטופה יש סך אינך ידועה

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_d) = \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2 \alpha_3 + \dots + \alpha_d \alpha_1$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_d \in \mathbb{Z}$$

נסמן את התקדים α_i שלקבל באוס יחד f מתקן המטופה f , $\alpha_i = A_i[f_i]$ כ

למשל 1.25 יהי $T: T^d \rightarrow T^d$ מתבנה

$$T(\alpha_1, \dots, \alpha_d) = (\alpha_1 + \alpha, \alpha_2 + f_1(\alpha_1), \alpha_3 + f_2(\alpha_1, \alpha_2), \dots, \alpha_d + f_{d-1}(\alpha_1, \dots, \alpha_{d-1}))$$

כאן α אי-רצוני ולא $1 \leq d \leq \infty$ $A_i[f_i] \neq 0$

אז: T מקדימה מעבר בנתה מנימלר על T^d .

הוכחה נכונה באינדוקציה על d .

$$T(\alpha_1) = (\alpha_1 + \alpha, \alpha_1) \quad d=1$$

נניח שהטופה T על T^d צפוף ב- Π .

אבל, ראוי כאל $\epsilon < \delta$ $p, m \in \mathbb{N}$ $|m\alpha - n| < \epsilon$

בנוסף, אל $\epsilon < \delta$ $p, m \in \mathbb{N}$ $\|m\alpha\| < \epsilon$

לפי, $\alpha, 2m\alpha(\text{mod}), \dots, m\alpha(\text{mod})$ הוא תת קבוצה של R/Z אל

רווחים קטנים ϵ בין שני אברים עוקבים.

נבדוק שזה נכון אל ϵ , הטופה $(h\alpha(\text{mod}))_{h \in \mathbb{N}}$ צפוף

בדומה, הטופה $(\alpha_1 + m\alpha(\text{mod}))_{m \in \mathbb{N}}$ צפוף.

ע"י שהיה נכון עבור $d-1$ אז (T^{d-1}, T) מעבר מנימלר

$$T(\alpha_1, \dots, \alpha_{d-1}) = (\alpha_1 + \alpha, \dots, \alpha_{d-1} + f_{d-2}(\alpha_1, \dots, \alpha_{d-2}))$$

נסמן $u = (\alpha_1, \dots, \alpha_{d-1}) \in T^{d-1}$ ונניח את התקדים T^d כולל (u, α) .

$$T(u, \alpha) = (T_u, \alpha + f_{d-1}(u))$$

לפי (T^d, T) מתבנה חזרתית של (T^{d-1}, T)

$\varphi \in H$: $\lim \phi_n \rightarrow \phi$ $\phi_1, \phi_2, \dots \in H$ ו $\lim$ הגדרה H

$R_{\phi_1} z = R_{\phi_2} z = \dots = z$ $\Leftarrow \phi_1, \phi_2, \dots \in H$, $\lim$

$R_{\phi_1}(z), R_{\phi_2}(z), \dots \in Z$ $\lim$ $z \in Z$ $\lim$ הגדרה

$R_{\phi_n}(z) = R_{\phi_n}(u, \varphi) = (u, \varphi + \phi_n) \rightarrow (u, \varphi + \phi)$ ~~$R_{\phi}(z)$~~ $\lim$

$R_{\phi_1}(z), R_{\phi_2}(z), \dots \rightarrow R_{\phi}(z)$ $\lim$

$R_{\phi}(Z) \cap Z \neq \emptyset$ $\Leftarrow R_{\phi}(z) \in Z$ $\lim$ $z \in Z$ $\lim$ $\phi \in H$ $\Leftarrow$

$\lim$ $H \neq T$ $\lim$ $H \neq T$, $z = T^{-1}$ $\lim$ הגדרה

$H = \{0, \frac{1}{h}, \frac{2}{h}, \dots, \frac{h-1}{h}\}$

$h \in H$ $\lim$ הגדרה

$\lim$ $\phi \in T$ $\lim$ $z_u = \phi + H$ $\lim$ $u \in T^{-1}$ $\lim$ הגדרה

$\phi + H = z_u$ $\lim$ $\phi \in z_u$ $\lim$ $z_u \neq \emptyset$, $\lim$ הגדרה

$R_{\alpha}(u, \phi) \in Z$ $\Leftarrow (u, \phi) \in Z$ $\lim$ $R_{\alpha} z = z$ $\lim$ $\alpha \in H$ $\lim$ הגדרה

$\phi + \alpha \in z_u$ $\Leftarrow R_{\alpha}(u, \phi) = (u, \phi + \alpha) \in Z$

$R_{\alpha-\phi}(u, \phi) = (u, \alpha) \in Z$ $\lim$ $(u, \phi), (u, \alpha) \in Z$ $\lim$ $\alpha \in z_u$ $\lim$ הגדרה

$\alpha = \phi + \alpha - \phi \in \phi + H$ $\lim$ $\alpha - \phi \in H$ $\Leftarrow$

$\lim$ $T^d \rightarrow T^d$ $\lim$ הגדרה

$S_h(u, \varphi) = (u, h\varphi)$

$T_h(u, \varphi) = (T_u, \varphi + h f_{\varphi}(u))$ $\lim$ $T: T^d \rightarrow T^d$ $\lim$ הגדרה

$T_h S_h = S_h T$ $\lim$ הגדרה

$[T_h S_h(u, \varphi) = T_h(u, h\varphi) = (T_u, h\varphi + h f_{h\varphi}(u)), S_h T(u, \varphi) = S_h(T_u, \varphi + h f_{\varphi}(u)) = (T_u, h\varphi + h f_{\varphi}(u))]$

$S_h: (T^d, T) \rightarrow (T^d, T)$ $\lim$ הגדרה

$(S_h(z) = S_h(T(z)) \subseteq S_h(z))$ $\lim$ T^d $\lim$ $S_h(z)$ $\lim$ הגדרה

$$(S_n(z))_u = \{ \sigma \in T \mid (u, \sigma) \in S_n(z) \} = h(z_u)$$

המשפט
המשפט

לכן $(S(z))_u$ היא סגורה.

באופן דומה, נניח כי $S(z)$ היא סגורה.

$$(u_1, \sigma_1), (u_2, \sigma_2), \dots \in S_n(z) \quad T^d \ni u_1, u_2, u_3, \dots \rightarrow u \quad \text{אם } g \text{ היא פונקציה}$$

אם $u \in T^d$ אז $u \in T$ ויש $\sigma \in \Pi$ כך ש $(u, \sigma) \in S_n(z)$

$$(u_{n_k}, \sigma_{n_k}) \rightarrow (u, \sigma) \quad \text{אם } \sigma_1, \sigma_2, \dots \rightarrow \sigma \quad \text{אם } \sigma \in \Pi \text{ אז } (u, \sigma) \in S_n(z)$$

אם $u \in T^d$ אז $u \in T$ ויש $\sigma \in \Pi$ כך ש $(u, \sigma) \in S_n(z)$

אם $u \in T^d$ אז $u \in T$ ויש $\sigma \in \Pi$ כך ש $(u, \sigma) \in S_n(z)$

לכן, מכיוון ש $T_h S_n(z)$ היא סגורה, אז $u \in T^d$ ויש $\sigma \in \Pi$ כך ש $(u, \sigma) \in S_n(z)$

$$T_h(u, g(u)) = (T_u, g(u) + h f_{d-1}(u)) \in S_n(z)$$

אם

$$u \in T^d \quad \text{אם} \quad g(T_u) = g(u) + h f_{d-1}(u)$$

אם

$$(1.9) \quad g \circ T = g + h f_{d-1}$$

אם

נניח כי g היא פונקציה ו $T^d \rightarrow T$ היא פונקציה

$$(1.10) \quad A_{d-1}[g \circ T] - A_{d-1}[g] = h A_{d-1}[f_{d-1}] \neq 0$$

אם g היא פונקציה ו $T^d \rightarrow T$ היא פונקציה

$$b_1(\sigma_1 + \alpha_1) + b_2(\sigma_2 + f_1(\sigma_1)) + \dots + b_{d-1}(\sigma_{d-1} + f_{d-2}(\sigma_1, \dots, \sigma_{d-2}))$$

אם g היא פונקציה ו $T^d \rightarrow T$ היא פונקציה

$$A_{d-1}[g \circ T] = b_{d-1} = A_{d-1}[g]$$

אם g היא פונקציה ו $T^d \rightarrow T$ היא פונקציה

אם g היא פונקציה ו $T^d \rightarrow T$ היא פונקציה

[illegible]

$$\|p(u)\| < \varepsilon$$

חכמה נחלקת שני חלקים ראשון חכמה פנימית (כללית) שני חכמה חיצונית (פרטית).

$$p(x) = \frac{\alpha}{d!} x^d + C_1 x^{d-1} + \dots \quad \alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{R}$$

$$\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$$

$$T(a_1, \dots, a_d) = (a_1 + \alpha, a_2 + \alpha, \dots, a_d + \alpha) \quad \text{where } T: T^d \rightarrow T^d \quad (7)$$

4) $T: T^d \rightarrow T^d$ 7/20

ועדיר בפה אחר פה

$$P_2(x) = P(x)$$

$$P_d(x) = P_d(x+1) - P_d(x)$$

$$P_{d_2}(x) = P_{d_1}(x-1) - P_{d_1}(x)$$

!

$$P_1(x) = P_2(x+1) - P_2(x) = \alpha x + \beta$$

$$P_0(x) = \alpha$$

$$T(p_1(n), p_2(n), \dots, p_d(n)) = (p_1(n+1), p_2(n+1), \dots, p_d(n+1)) \quad \text{ist}$$

i'sk

נכון שהמסלול γ ב T ב $(p_1(0), p_2(0), \dots, p_d(0))$ יכול להתפתח ל π^d (ובכל זאת צריך להוכיח)

$p(h) = p_e(h)$ כל הנתונים הם זהים.

אם נתון בעליון 'ה' פונקציה $r(x)$ - אז $p(x) = q(x) + r(x)$ (אם) 'ה' פונקציה

[illegible]

$|f(x_n) - m| < \epsilon$ and $|f(x) - m| < \epsilon$ for all x in (a, b) .

$$|p(an) - q(an) - m| < \varepsilon$$

ist für n, m p, q

יש סדר n, m פנימי

עמך $\|pran\| \leq \varepsilon$ פב קן $(pran) = m$ e $\|pran\|$

הצורה הריבועית של (A, T) נמצאת ממשלית יציב אם χ וכל סדרה

• $N(x, U) = \{n \in \mathbb{N} \mid T^n x \in U\}$, $U \subseteq X$ הערה

אכן, יסולנוך איז אן אומגעדולדיגער אומקומער:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

און דאס איז אן אומגעדולדיגער אומקומער.

(ଉତ୍ତର ଶାଖା ଓ ଉତ୍ତର ଶାଖା)।