

4. תצורה אחידה ולעיתים מניחות

הצגה 1.7: יהי G קבוצה (סגורה) ויהי S סבב של G .
יהי S קבוצה דו-משקית $K \subseteq G$ של G כך ש- $g \in S$.
יהי S סבב של G ויהי K סבב של G .
יהי S סבב של G ויהי K סבב של G .

אנו מניחים שהקבוצה S היא סבב של G .
יהי $S_1, S_2, S_3, \dots$ סבב של G ויהי $S_1 \subseteq S_2 \subseteq S_3 \subseteq \dots$.
יהי $S_n = S_{n+1}$ סבב של G .

הצגה 1.8: יהי (X, G) מערכת דו-משקית.
יהי $X \in G$ ויהי X סבב של G .
יהי $X \in G$ ויהי X סבב של G .

הצגה 1.9: יהי (X, G) מערכת דו-משקית.
יהי $X \in G$ ויהי X סבב של G .
יהי $X \in G$ ויהי X סבב של G .

למה 1.13: יהי (X, G) מערכת דו-משקית.
יהי $X \in G$ ויהי X סבב של G .
יהי $X \in G$ ויהי X סבב של G .

למה 1.14: יהי (X, G) מערכת דו-משקית.
יהי $X \in G$ ויהי X סבב של G .
יהי $X \in G$ ויהי X סבב של G .

הצגה 1.15: יהי (X, G) מערכת דו-משקית.
יהי $X \in G$ ויהי X סבב של G .
יהי $X \in G$ ויהי X סבב של G .

הצגה 1.16: יהי (X, G) מערכת דו-משקית.
יהי $X \in G$ ויהי X סבב של G .
יהי $X \in G$ ויהי X סבב של G .

$$X = \bigcup_{g \in G} g^{-1}V$$

כעת נדון את המושג.

משפט 1.15: K (G, X) מינימלית כי קורה $x \in X$ חזרת באופן אחיד.

הוכחה: נניח שיש $x \in X$ ויש $V \neq \emptyset$ כזה ש $x \in V$ ויש $V \neq \emptyset$ כזה ש $x \in V$ ויש $V \neq \emptyset$ כזה ש $x \in V$.

$$N(x, V) = \{g \in G \mid gx \in V\}$$

לפי 1.14 $X = \bigcup_{i=1}^n g_i^{-1}V$ עבור $g_1, \dots, g_n$ מסוימים.

לכן, עבור $x \in X$ $\Leftrightarrow \exists g \in G$ $gx \in V$ $\Leftrightarrow \exists g \in G$ $gx \in V$ $\Leftrightarrow \exists g \in G$ $gx \in V$.

$\Leftrightarrow g \in N(x, V)$ $\Leftrightarrow g \in N(x, V)$ $\Leftrightarrow g \in N(x, V)$.

משפט 1.16: (G, X) מינימלית אם ורק אם $N(x, V) \neq \emptyset$ $\Leftrightarrow x \in X$ חזרת באופן אחיד.

הוכחה: $\Rightarrow$ (G, X) מינימלית.

$\Leftarrow$ נניח ש (G, X) מינימלית. נניח ש $x \in X$ ויש $V \neq \emptyset$ כזה ש $x \in V$ ויש $V \neq \emptyset$ כזה ש $x \in V$.

משפט 1.17: (G, X) מינימלית אם ורק אם $N(x, V) \neq \emptyset$ $\Leftrightarrow x \in X$ חזרת באופן אחיד.

הוכחה: $\Rightarrow$ (G, X) מינימלית. נניח ש $x \in X$ ויש $V \neq \emptyset$ כזה ש $x \in V$ ויש $V \neq \emptyset$ כזה ש $x \in V$.

נניח ש $x \in X$ ויש $V \neq \emptyset$ כזה ש $x \in V$ ויש $V \neq \emptyset$ כזה ש $x \in V$.

אם $x \in X$ ויש $V \neq \emptyset$ כזה ש $x \in V$ ויש $V \neq \emptyset$ כזה ש $x \in V$.

$\Leftrightarrow g \in N(x, V)$ $\Leftrightarrow g \in N(x, V)$ $\Leftrightarrow g \in N(x, V)$.

$$X = \bigcup_{i=1}^n g_i^{-1}V$$

$$Gx \subseteq \bigcup_{i=1}^n g_i^{-1}V$$

$$\overline{Gx} \subseteq \bigcup_{i=1}^n g_i^{-1}\overline{V}$$

$$y \in \overline{Gx} \subseteq \bigcup_{i=1}^n g_i^{-1}\overline{V}$$

$\Leftarrow$ $y \notin \overline{Gx}$ $\Leftrightarrow y \notin \overline{Gx}$ $\Leftrightarrow y \notin \overline{Gx}$.

חלק מהטענות עבור חזרת חזרה נעשים רק עבור חזרת באופן אחיד.

משפט 1.18: עבור (G, X) מינימלית $\Leftrightarrow$ קורה $x \in X$ חזרת באופן אחיד.

משפט 1.19: (G, X) מינימלית אם ורק אם $N(x, V) \neq \emptyset$ $\Leftrightarrow x \in X$ חזרת באופן אחיד.

אזכור: עבור (G, X) מינימלית $\Leftrightarrow$ קורה $x \in X$ חזרת באופן אחיד.

חברת (ג) מינימי ב י אף משט דו, ולכן נניח שהי כ י מינימי.

יפ $\gamma \times \gamma \subseteq \gamma$ מינימי עבור התכנסות $(\gamma, \gamma) = T(\gamma, \gamma) ! \gamma \rightarrow \gamma \times \gamma : \pi$ חתומה
ההסרה γ חברה ומשון. אז $\gamma \subseteq \gamma \times \gamma$ סגור ודאנורט. לכן, מינימי γ . $\pi(\gamma) = \gamma$.
נפיק באוטומורפיזם $R_k(\gamma, \gamma) \rightarrow (\gamma, \gamma) = R_k(\gamma, \gamma)$ ול $k \in K$. $R_k(\gamma) \subseteq \gamma \times \gamma$.

מינימי. לכן
$$\bigcup_{k \in K} R_k(\gamma) = \pi^{-1}(\pi(\gamma)) = \pi^{-1}(\gamma) = \gamma \times \gamma$$

לכן ול $k \in K$ (א) שיהי אטורמימימי ולכן חברה באופן אחיד.

ספר $(\gamma, \gamma) \leftarrow (\gamma, \gamma)$ חברה באופן אחיד ול $k \in K$.

לפני: התכנסות שיהי הסגור 2 γ γ מפתח אטורמימימי דאנורט עבור γ חברה באופן אחיד.

באופן כללי יותר, ול

$$\alpha_1, \dots, \alpha_d \in \mathbb{Z} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ b_{11} & 1 & & \\ & & \ddots & \\ b_{d1} & & & 1 \end{pmatrix} \in M_d(\mathbb{Z})$$

התכנסות $T: T \rightarrow T$ המוגדרת $T(\alpha_1, \dots, \alpha_d) = (\alpha'_1, \dots, \alpha'_d)$ כש:

$$\alpha'_i = \alpha_i + b_{i1}\alpha_1 + \dots + b_{id}\alpha_d$$

מגדירה אטורמימימי γ γ חברה באופן אחיד.
משט 1.21: יהיו $P_1(x), \dots, P_r(x)$ פולינומים ממעג. ול $\gamma \subseteq \gamma$ דאנורט השלמים המקסימי סגור

אחת
$$\{ |e^{2\pi i P_1(n)} - e^{2\pi i P_2(n)}| < \epsilon, \dots, |e^{2\pi i P_r(n)} - e^{2\pi i P_s(n)}| < \epsilon \}$$

היא סנדטית

דאנורט חברה בעזרת הסגור

1.22: יהי Λ אולפסית סופ. עוצה Λ Λ^N או Λ^2 חברה באופן אחיד
עבור אטורמימימי הסגור החתומה אם ורק אם γ מילה החתומה γ γ מילה γ

לאורך דאנורט סנדטית

מכלול שקוצה חברה באופן אחיד Λ^N היא הסגור חברה, עוצה כזו חברה לקב א
התכנה החתומה מקוצה:

