

אלגברה לינארית 1 (88-112-04/07)

בחינת סיום (מועד ב')

מרצים: פרופ' ש. פייגלשטוק, ד"ר ר. עדין

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).
אסור להשתמש בכל חומר עזר, פרט למחשב-כיס פשוט.
קוד המבחן הוא: 1234. נא לרשום זאת במקום המתאים בגליון התשובות.
יש לענות על כל 12 השאלות.
כל תשובה נכונה תזכה אותך ב- 8.33 נקודות (ציון הבחינה יעוגל לשלם הקרוב ביותר).
לטייטה - נא להשתמש במחברת הבחינה בלבד.
בסיום הבחינה - נא למסור את השאלון, את מחברת הטייטה ואת גליון התשובות.

בהצלחה!

1. למערכת המשוואות הבאה, מעל \mathbf{Z}_5 :

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = \bar{1} \\ x + 2y + 3z = \bar{2} \\ 3x + 3y + 3z = \bar{1} \end{cases}$$

- I. אין פתרונות.
- II. יש פתרון יחיד.
- III. יש 5 פתרונות.
- IV. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה.

2. עבור מערכת המשוואות הבאה (במשתנים x, y) מעל \mathbf{C} :

$$\begin{cases} cx + (1+i)y = c+i \\ (1-i)x - 2cy = 2-2c \end{cases}$$

ערכי c עבורם אין למערכת פתרון הם:

- I. $c = i$.
- II. $c = -i, c = i$.
- III. $c = -i$.
- IV. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה.

3. מספר הפתרונות $x \in \mathbf{Z}_5$ של המשוואה $x^3 + 2x + 3 = \bar{0}$ הוא:

- I. 0.
- II. 1.
- III. 2.
- IV. אחר.

4. המספר $z = \left(\frac{3+i}{3-i}\right)^6 \in \mathbf{C}$ הוא:

- I. מספר ממשי חיובי.
- II. מספר ממשי שלילי.
- III. מספר מדומה טהור.
- IV. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה.

5. תהי

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$$

סכום האיברים בשורה 3 (השורה האחרונה) של המטריצה ההפכית A^{-1} הוא:

- I. 1.
- II. 1.
- III. 0.
- IV. אחר.

6. תהי

$$A = \begin{pmatrix} 1 & i & 1-i \\ i & -1+i & 1 \\ 1+i & 1 & i \end{pmatrix} \in \mathbf{C}^{3 \times 3}$$

אזי:

- I. שורות A הן בלתי תלויות לינארית.
- II. $\{(1, i, 1-i), (i, -1+i, 1)\}$ הוא בסיס למרחב השורות של A .
- III. $\{(1, i, 1-i)\}$ הוא בסיס למרחב השורות של A .
- IV. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה.

7. תהיינה:

$$A = \begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{2} \\ \bar{3} & \bar{4} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{2} \\ \bar{2} & \bar{3} \end{pmatrix}$$

מטריצות מעל \mathbf{Z}_5 . אזי:

- I. גם $A+B$ וגם $A \cdot B$ הן מטריצות הפיכות.
- II. $A+B$ מטריצה הפיכה, אך $A \cdot B$ אינה הפיכה.
- III. $A+B$ אינה הפיכה, אך $A \cdot B$ הפיכה.
- IV. גם $A+B$ וגם $A \cdot B$ אינן הפיכות.

8. יהי:

$$W = \{(x, y, z, w) \in \mathbf{R}^4 \mid x + y + 2z + w = x + 2y + z + 2w = 0\}$$

(כמרחב וקטורי מעל \mathbf{R}), ותהי:

$$B = \{(-6, 1, 2, 1), (-3, 2, 1, -1)\}$$

אזי:

- I. B היא בסיס ל- W .
- II. B פורשת את W , אך אינה בסיס ל- W .
- III. B היא קבוצה בלתי תלויה לינארית ב- W , אך אינה בסיס ל- W .
- IV. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה.

9. יהיו: V מרחב וקטורי, W_1, W_2, W_3 תת-מרחבים של V . נסמן:

$$A = (W_1 + W_2) \cap W_3$$
$$B = (W_1 \cap W_3) + (W_2 \cap W_3)$$

אזי:

- I. $A = B$.
- II. $A \subseteq B$, אך לא בהכרח $A = B$.
- III. $B \subseteq A$, אך לא בהכרח $A = B$.
- IV. אף אחת מהתשובות האחרות אינה בהכרח נכונה.

10. תהיינה $A, B \in \mathbf{F}^{n \times n}$ כך שמתקיים: A הפיכה, B אינה הפיכה. אזי:

- I. $A^{-1}BA$ הפיכה.
- II. $A + B$ אינה הפיכה.
- III. $\text{rank}(A^2B) = \text{rank}(B)$.
- IV. אף אחת מהתשובות האחרות אינה בהכרח נכונה.

11. תהיינה S, T קבוצות במרחב וקטורי V כך שמתקיים: S בלתי תלויה לינארית, T בלתי תלויה לינארית, $S \cap T = \emptyset$. אזי:

- I. $S \cup T$ בלתי תלויה לינארית.
- II. $\text{span}(S) \neq \text{span}(T)$.
- III. הסכום $\text{span}(S) + \text{span}(T)$ הוא סכום ישר.
- IV. אף אחת מהתשובות האחרות אינה בהכרח נכונה.

12. תהי $A \in \mathbf{F}^{n \times n}$. אזי:

- I. $\text{rank}(A^2) = \text{rank}(A)$.
- II. $\text{rank}(A^2) < \text{rank}(A)$.
- III. $\text{rank}(A^3) = \text{rank}(A^2)$.
- IV. אף אחת מהתשובות האחרות אינה בהכרח נכונה.