חשיבה מתמטית

ענה על כל השאלות.
נסח את חשובותיך בבהירות, והעבר את דרך הפתרון בה בחרת.

השאלות:

1. משרד לצילומי מסמכים מעוניין לשכור מכונת צילום.
לחברה הוגשו שתי הצעות:
א. חברת זירו דורשת תשלום של -.3,000 ל"י לשנה, ועוד 30 אגורות לכל צילום.
ב. " אקס " " -.3,500 ל"י " " 25 " " "
שתי המכונות בעלות אותה איכות. מחיר הצילום לקליינט הוא -.3 לירות.
נהול המשרד כדאי רק אם הרווח השנתי למכונה יהיה גדול מ- -.4,000 ל"י.
שאלה: איך אפשר על סמך ידיעת מספר הצילומים הצפוי במשך השנה להחליט אם לשכור מכונה א' מכונה ב' או אף אחת משתיהן?
(נסח את הקשר בין מספר הצילומים וההחלטה בצורה ברורה ופשוטה ככל האפשר)

2. קוטר של תקליט הוא 30 ס"מ. המוסיקה רשומה על פני חריץ ספירלי המתחיל במרחק ס"מ אחד משפת התקליט ומסתיים במרחק 5 ס"מ ממרכז התקליט. בזמן נגינה רצה המחט לאורך כל הספירלה במהירות סיבובית קבועה של 331/3 סיבובים לדקה. הנגינה מסתיימת לאחר 20 דקות.
שאלה: מה אורך הספירלה?
הקפד על כך שהתוצאה של חישובך לא תסטה מהאמת ביותר מ- 70 ס"מ.

3. במועדון ה"אורוה" חברים 16 בעלי סוס עבודה. ביום "חג סוס העבודה", נאספים חברי המועדון כדי לקבע את אלוף הסוסים וסגנו. התחרויות לתארים נערכות באופן הבא:
את 16 הסוסים מחלקים ל- 8 זוגות. כל שני בני זוג מתחרים במשיכת שרשרת. המנצח עולה לשלב הבא:
בשלב שני מתחלקים הסוסים ל- 4 זוגות, 4 המנצחים עולים לשלב שלישי.
בשלב שלישי " " ל- 2 " 2 " מתחרים על תואר האלוף וסגנו.
נשיא המועדון, גימי הנוכל, מדדבהסתר, לפני בתחרות את כוחם של הסוסים באמצעות מכשירי מדידה מדויקים, ונוכח שהסוס שלו מדורג במקום התשיעי, מבין ה- 16
א. איך ארגן גימי את התחרות כך שהסוס שלו זכה בתואר סגן האלוף?
ב. האם יכול גימי לארגן את התחרות כך שהסוס שלו יזכה באליפות? (הסבר את תשובתך!)
ג. מה מספר תחרויות המשיכה שהתקיימו?
ד. האם יש דרך לקבוע את אלוף הסוסים באמצעות מספר קטן יותר של משיכות שרשרת?
אם כן - איך?, אם לא - הוכח!

4. "כי תחבט זיתך לא תפאר אחריך לגר ליתום ולאלמנה יהיה". [illegible]!
עני מוטק את הזיתים שהושאר בראש עץ זית. לזיתים צורת כדור ולכולם אותו רדיוס. את הזיתים מסדר העני בערמה. בסיס הערמה מלבן: 11 זיתים ארכו ו- 9 זיתים רחבו (11 שורות בנות 9 זיתים) על כל 4 זיתים סמוכים בשורה הראשונה הוא מניח זית נוסף עד שמתמלאת שכבה שניה ואז הוא מניח עליה באופן דומה שכבה שלישית וממשיך כך עד שאי אפשר להוסיף זיתים לערמה.
א. כמה זיתים אפשר לראות אם מסתכלים מכוון רוחב הערמה?
ב. " " " " " " " אורך " ?
ג. " " " " " " " על הערמה מלמעלה? (אל תביא בחשבון בשאלות א-ג זיתים המציצים מבפנים). ד. מצא בדרך כלשהיא את מספר הזיתים בערמה?

5. [illegible] ההוראות המפורטות להלן מהארת דרך לעצוא את כל זוגות המספרים כך ש
א. $x^2 + 2y^2 = 27$
ב. x ו y מספרים שלמים לא שליליים

כללי: רשום במחברתך את הטבלה:

מס' הוראה	y	x

בכל עת שאתה נדרש לשנות את x או y רשום בטבלה את מספר ההוראה שבה אתה נמצא. העתק את הערך שלא השתנה וכתוב את הערך החדש של המשתנה השני, התחל מבצוע הוראה א' ולאחר כל הוראה, אם לא נתבקשת לעצור, המשך להוראה שאליה אתה נשלח.

א. תן ל x ערך 0 ותן ל y את המספר השלם הכי גדול (= הגדול ביותר) כך ש $2y^2 \le 27$ עבור להוראה ב'. ב. אם $x^2 + 2y^2 = 27$ סמן ב * את השורה הנוכחית בטבלה. עבור להוראה ג'.

ג. אם $x^2 + 2y^2 < 27$ הגדל את x ב- 1 ועבור להוראה ב', אחרת עבור ל ד".
ד. הקטן את y ב- 1 ועבור להוראה ה'.
ה. אם $y < 0$ עצור! אחרת עבור להוראה ב'. עליך למלא את ההוראות בהתאם לטבלה שבמחברתך.

דוגמא: אם במקום $x^2+2y^2=27$ היה נהוג $x^2+2y^2=11$ ובכל מקום בהוראות היה המספר 11 מחליף את 27, היתה התקבלת הטבלה:

מס הוראה	y	x
א	2	0
ג	2	1
ג	2	2
ד	1	2
ג	1	* 3
ד	0	3
ג	0	4
ד	-1	4