

פתרון 3א

2. נתחיל במקרה שבו AB סימטרית ולכן $(AB)^T = AB$, נפתח לפי חוקי השחלוף ובגרירה האחרונה נשתמש בעובדה ש A ו B סימטריות ונקבל הדרוש:

$$(AB)^T = AB \Leftrightarrow B^T A^T = AB \Leftrightarrow BA = AB$$

ולהפך אם הן מתחלפות כלומר $AB = BA$, נקבל לפי חוקי השחלוף ולפי הנתונים את הצד השני.

3. $(A^T)^{-1} A^T = I$ אבל ידוע $AA^{-1} = I \Rightarrow (AA^{-1})^T = I^T \Rightarrow (A^{-1})^T A^T = I$. ולכן נקבל הדרוש.

4. נרשום תשובות סופיות:

$$\text{מטריצה זו אינה הפיכה} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \emptyset$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 2.5 \\ -2 & 1.5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$