

אלגברה לינארית – תרגיל רביעי

1. הוא לא מכיל את וקטור האפס (ז.א. מטריצת האפס). בנוסף הוא לא סגור לחיבור

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. אמת. $(\alpha A + B)^T = \alpha A^T + B^T = (\alpha A + B) \Leftarrow A = A^T, B = B^T, 0^T = 0$

3. A. הפעולות $I \leftarrow I - II, III \leftarrow III - II, I \leftarrow I - 2II$ נותנות

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

B. הפעולות $I \leftarrow \frac{1}{2}I, II \leftarrow \frac{1}{4}II, III \leftarrow III - 8II, I \leftarrow I - 2II$ נותנות

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. A. המשתנים החופשיים הם x_2, x_4, x_5 . אם נציב $x_2 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0$ נקבל

$$s_2 = (-2, 1, 0, 0, 0), s_4 = (0, 0, -2, 1, 0), s_5 = (0, 0, -3, 0, 1)$$

B. המשתנה החופשי הוא z . אם נציב $z = 1$ נקבל $s_z = (1, -1, 1)$

5. הפתרונות של $Ax = 0$ הם $\text{span}(s_2, s_4, s_5) = \{(-2x, x, -2y - 3z, y, z)\}$

הפתרונות של $Bx = 0$ הם $\text{span}(s_z) = \{(x, -x, x)\}$

6. a. לא נכון – קחו לדוגמה מטריצת אפסים

b. נכון. אם המטריצה הפיכה אז ל $Ax = 0$ יש פתרון יחיד ז.א. שאין משתנים חופשיים

c, d. מאחר ולכל שורה יש לכל היותר משתנה ציר אחד ולכל עמודה יש לכל היותר משתנה ציר אחד – נכון

7. רק a. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

8. רק a. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

9. $n - r$ משתנים חופשיים. $r = n$. $r = m$

10. R זאת המטריצה המדורגת –

A נכון, בלא נכון, נכון לגב R, d לא נכון

11. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

12. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 8 \\ 4 & 8 & 16 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -3 \\ 1 & 3 & \frac{-3}{2} \\ 2 & 6 & -3 \end{bmatrix}$

13. $s_y = (-3, 1, 0), x_p = (-2, 0, 1)$ פתרון בלוי $x(-3, 1, 0) + (-2, 0, 1) = (-3x - 2, x, 1)$

14. מרחב העמודות: $\text{span}((2, 2, 2), (4, 5, 3), (6, 7, 5), (4, 6, 2)) = \text{span}((1, 0, 2), (0, 1, -1))$

מרחב האפס $\text{span}((-1, 0, 1, 0), (0, -2, 0, 1))$

15. למצוא את x_p מדרגים את $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 4 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ ומוצאים $x_p = (0.5, 0, 0.5, 0)$

למצוא את x_n פותרים את המערכת ההומוגנית, y, t הם משתנים חופשיים, ומוצאים ש
 $x_n = (y, -3y, -2t, t)$. $z = -2t, x = -3y$

16. המערכת פתירה אם ורק אם b נמצאת במרחב העמודות של A

17. המטריצה השנייה אחרי דירוג, היא $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & q-2 \end{bmatrix}$. הדרגה היא 2 אם $q = 2$, ואחרת 3.