

שאלה ממבחן :

נתונות שלוש נקודות $(-1,5), (0,-1), (3,4)$ ב $\mathbb{R}^2$.
מהו הישר העובר בצורה אופטימאלית קרוב לשלוש הנקודות?

פתרון:

אנחנו מחפשים ישר $y = C + Dx$ שיעבור בין הנקודות כך שמרחק כל נקודה (או לפחות מרחק רוב הנקודות) מהישר יהיה מינימאלי.
השאלה היא איך למצוא את C, D ?

אנחנו בעצם מחפשים פתרון למערכת המשוואות הבאה: (הצבה של הנקודות שלנו בתוך

$$\begin{array}{l} 5 = c - d \\ y = C + Dx \text{ ולכן נקבל: } -1 = c + 0d \\ 4 = c + 3d \end{array} \quad \begin{array}{l} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{array} \right) \\ \text{שזוהי בעצם המטריצה הבאה:} \end{array}$$

אבל כיון ששלוש הנקודות שלנו אינן נמצאות על ישר אחד המערכת אינה פתירה.

ולכן נמצא את הפתרון בעזרת שיטת LEAST SQUARES:

$$A^T A \hat{x} = A^T b \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 10 & 7 \end{array} \right) \rightarrow \dots \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2\frac{7}{13} \\ 0 & 1 & \frac{5}{26} \end{array} \right)$$

; ולכן קיבלנו: שהישר שלנו הוא: $y = 2\frac{7}{13} + \frac{5}{26}x$.