

תרגיל 7

בסיסים ומימדים

האם קבוצה A מהווה בסיס ל- V . היכן שלא מצוין הכוונה מעל $\mathbb{R}$

$$1. \quad V = \mathbb{R}_3[x], \quad A = \{x + 2x^2 - x^3, 1 + x, 3 - x^2, x + x^3\}$$

$$2. \quad V = \mathbb{R}^{2 \times 2}, \quad A = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$3. \quad V = \mathbb{C}^3 (\text{over } \mathbb{R} \text{ ? } \mathbb{C} \text{ ?}) \quad A = \{(i, 2, -1), (1, 3i, 1), (i + 1, 3i + 2, 0)\}$$

$$4. \quad V = Sp\{(1, 2, 0, 1), (1, 1, 1, 0)\}, \quad A = \{(2, 3, 1, 1), (2, 2, 2, 0)\}$$

$$5. \quad V = Sp\{(1, 1), (-1, 7), (-3, 5)\}, \quad A = \{(-11, 3), (2, 9)\}$$

מהו מימד של מרחבים הבאים מעל $\mathbb{R}$?

$$1. \quad Span\{x + 2x^2 - x^3, 1 + x^2, -1 - x - x^2, x\}$$

$$2. \quad Span\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$3. \quad Span\left\{ (1, 2, -1), (-2, -4, 2), \left(-\frac{2}{3}, -1\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \right\}$$

$$4. \quad Span\{(1, 0, 2, -1), (0, 0, -2, 1), (0, 1, 0, 0), (0, 2, 1, 0)\}$$

$$5. \quad W = \{(a + b, a + b, 2a + 2b, -a - b) : a, b \in \mathbb{R}\}$$

$$6. \quad W = \{(a, 2a + b, a, c) : a, b \in \mathbb{R}\}$$

$$7. \quad W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = x - 2y + z = 0\}$$

$$8. \quad W = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : x + y - z = w - y + z = w + z = y - z = 0\}$$

$$9. \quad W = \left\{ \begin{pmatrix} x & x + y & y \\ x + z & z & z + w \\ t & s & t + s \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : x, y, z, w, t, s \in \mathbb{R} \right\}$$