

תרגיל 1

שדות

1. מספרים מרוכבים

א הוכיחו כי $\operatorname{Re}((z + \bar{w})(\bar{z} - w)) = 0$ אם ורק אם $|z| = |w|$.

ב מצאו את כל פתרונות המשוואה $\frac{z+i}{\bar{z}-i} = i$, כאשר $\bar{z} \neq i$.

ג חישבו את הערך של ביטויים הבאים: $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{40}$, $(1+i\sqrt{3})^{2008}$.

ד פתרו את המשוואה הבאה: $x^n - 1 = 0$.

ה הראו כי $\left(\frac{1+itg\theta}{1-itg\theta}\right)^n = \frac{1+itg(n\theta)}{1-itg(n\theta)}$.

2. שדות סופיים

א חשבו את ביטויים הבאים ב- $\mathbb{F}_3$, $\mathbb{F}_7$, $\mathbb{F}_{23}$:

$4 + 29,$	$5 \cdot 9,$	$1 \cdot 4,$	$39,$
$-65,$	$3^{-1},$	$\frac{4}{7},$	$\frac{2}{5}, -\frac{2}{5}$

ב פתרו את המשוואות הבאות מעל $\mathbb{F}_5$, $\mathbb{F}_3$, $\mathbb{F}_2$.

$$x^3 - 2x + 1 = 0$$

$$x^4 + x + 1 = 0$$

ג פתרו את מערכות המשוואות הבאות מעל $\mathbb{F}_3$, $\mathbb{R}$.

$$\begin{cases} 2x - 4y = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = -3 \end{cases}$$

שאלות אמריקאיות

1. יהי $z \in \mathbb{C}$ המקיים $z^3 = -i$. אזי:

- א. יש פתרון יחיד: $z = i$.
- ב. $\text{Im}(z) < 0$.
- ג. $\text{Re}(z) = 0$, ויש יותר מאפשרות אחת עבור $\text{Im}(z)$.
- ד. $|z| = 1$, ויש יותר מפתרון אחד עבור z .

2. יהי $z \in \mathbb{C}$ המקיים $z^3 = \bar{z}^3$. מצא איזו מן הטענות הבאות נכונה:

- א. $\text{Im}(z) = 0$.
- ב. $|z| = 1$.
- ג. $\text{Re}(z) = 0$.
- ד. אף אחת מהטענות האחרות איננה בהכרח נכונה.

3. המספר $z = (2+i)^{10} - (2-i)^{10} \in \mathbb{C}$ הוא:

- א. מספר ממשי חיובי.
 - ב. מספר ממשי שלילי.
 - ג. מספר מדומה טהור.
 - ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה.
4. מספר הפתרונות $x \in \mathbb{Z}_7$ של המשוואה $x^3 + \bar{3}x + \bar{4} = \bar{0}$ הוא:

- א. 0.
- ב. 1.
- ג. 2.
- ד. 3.

בהצלחה!