

**מבחן אלגברה לינארית 1**  
**המרצה: פרופ' סמיון אלסקר**  
**המתרגלות: ילנה גל, אורית רוז.**

יש לענות על כל השאלות. אין להשתמש בשום חומר עזר פרט למחשבוניים.  
משך הבחינה: 3 שעות. המחברת היא טיוטה ולא תיבדק.

**שאלה 1.**

$$\cdot \begin{vmatrix} 1+x_1y_1 & x_1y_2 & \cdots & x_1y_n \\ x_2y_1 & 1+x_2y_2 & \cdots & x_2y_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_ny_1 & x_ny_2 & \cdots & 1+x_ny_n \end{vmatrix} = 1 + \sum_{i=1}^n x_iy_i \quad \text{(א) (18) להוכיח}$$

(ב) (18) יהי  $B$  בסיס של  $V$  מעל  $\mathbb{R}$  ונתונים וקטורים  $x, v_1, v_2, v_3$  כך ש-

$$[v_1]_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, [v_2]_B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}, [v_3]_B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, [x]_B = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix}$$

הראו כי  $B' = \{v_1, v_2, v_3\}$  גם בסיס למרחב ומצאו את  $[x]_{B'}$ .

**שאלה 2.**

(א) (18) תנו דוגמה של טייל  $A, B: V \rightarrow V$  כך ש-  $AB - BA$  היא איזומורפיזם,  $\dim V = 2$ .

$$(ב) (18) נתונה מטריצה ממשית  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$  מצאו מטריצה  $B$  כך ש-$$

$$A = \text{adj}(B)$$

**שאלה 3.**

$$a_1 = (0, 1, 0, 2, 0), a_2 = (7, 4, 1, 8, 3),$$

$$a_3 = (0, 3, 0, 4, 0), a_4 = (1, 9, 5, 7, 1), \quad \text{(א) (18) נתונים 5 וקטורים ב- } \mathbb{R}^5 \text{ ,}$$

$$a_5 = (0, 1, 0, 5, 0).$$

האם ניתן למצוא מספרים  $c_{ij}, i, j = 1, \dots, 5$ , כך שהוקטורים  $b_i := \sum_{j=1}^5 c_{ij} a_j$  יהיו בתי"ל?

(ב) (18) יהי  $V$  מרחב וקטורי מעל שדה  $\mathbb{F}$  כלשהו. יהיו  $l_1, l_2 \in V^*$ . הוכיחו שאם  $l_1(x)l_2(x) = 0$  לכל  $x \in V$  אזי לפחות אחד מ-  $l_1, l_2$  מתאפס.

**בהצלחה !!!**

