

אלגברה ליניארית 2 (80135)

י"ח אלול התשס"ח 18.9.2008  
שעת התחלה: 9:00  
משך המבחן: 3 שעות

מועד ב' התשס"ח  
מורים: פרופ' ענר שלו  
מר שמואל ברגר

ענו על ארבע מתוך חמש השאלות הבאות. כל שאלה מזכה ב-25 נקודות.

1. תהי  $A$  מטריצה ריבועית מעל שדה  $F$ . הוכיחו כי הדטרמיננטה של  $A$  אינה אפס אם ורק אם השורות של  $A$  בלתי תלויות ליניארית.
2. יהי  $V$  מרחב מכפלה פנימית ממימד סופי מעל  $C$ , ותהי  $T: V \rightarrow V$  העתקה נורמלית. הוכיחו כי קיים בסיס אורתונורמלי ל- $V$  המורכב מוקטורים עצמיים של  $T$ .

3.

$$A = \begin{pmatrix} x & c & c & c \\ c & x & c & c \\ c & c & x & c \\ c & c & c & x \end{pmatrix} \quad \text{א. נתונה } A \text{ כאשר } c \text{ קבוע.}$$

תנו נוסחא מפורשת לדטרמיננטה של  $A$ , ופתרו את המשוואה  $\det(A)=0$ .

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n-1 & n \\ 2 & 3 & \dots & n & n+1 \\ 3 & 4 & \dots & n+1 & n+2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ n & n+1 & \dots & 2n-2 & 2n-1 \end{pmatrix} \quad \text{ב. נתונה המטריצה}$$

הוכיחו שהדטרמיננטה של  $B$  שווה ל-0 אם ורק אם  $n > 2$ .

$$4. \text{ תהי } A \text{ מטריצה ריבועית מסדר } n. \text{ הוכיחו: } \text{rank}(adj(A)) = \begin{cases} n & \text{rank}(A) = n \\ 1 & \text{rank}(A) = n-1 \\ 0 & \text{rank}(A) \leq n-2 \end{cases}$$

5. אלו מבין המטריצות הבאות דומות? נמקו והסבירו את תשובתכם.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

בהצלחה!