

80. 134  
ת"פ" / 9



# האוניברסיטה העברית בירושלים החוג למתמטיקה

## בחינה באלגברה ליניארית (1) (80134) מועד ב' תשס"ד

המורים: פרופ' א. ריפס, פרופ' ע. שלו      משך הבחינה: 3 שעות

חלק א': ענו על 2 מ-3 השאלות הבאות

1. א. על קבוצת השאריות מודולו  $n$ ,  $\mathbb{Z}_n = \{0, 1, \dots, n-1\}$ , הגדירו פעולות חיבור וכפל

מודולו  $n$  ( $2 \leq n$ ).

ב. הוכיחו כי  $\mathbb{Z}_n$  הוא שדה אם ורק אם  $n$  הוא מספר ראשוני.

2. א. יהיו  $v_1, \dots, v_k$  וקטורים במרחב וקטורי  $V$ .

הוכיחו שהתנאים הבאים שקולים:

(i) קיימים סקלרים  $a_1, \dots, a_k$  לא כולם 0 כך ש-  $a_1 v_1 + \dots + a_k v_k = 0$ .

(ii) קיים  $j$ ,  $1 \leq j \leq k$ , כך ש-  $v_j \in \text{Sp}\{v_1, \dots, v_{j-1}\}$ .

ב. הוכיחו שאם  $v_1, \dots, v_k$  בלתי תלויים ליניארית ו-  $v_{k+1} \notin \text{Sp}\{v_1, \dots, v_k\}$  אז  $v_1, \dots, v_{k+1}$

בלתי תלויים ליניארית.

3. א. תהי  $A$  מטריצה מסדר  $m \times n$ , הגדירו את המטריצה  $A'$  (מסדר  $n \times m$ ).

ב. בניח  $n = m$ , כלומר  $A$  מטריצה ריבועית. הוכיחו ש-  $\det(A) = \det(A')$ .

חלק ב': ענו על 2 מ-3 השאלות הבאות

4. יהי  $V = \mathbb{R}^4$  ויהיו  $e_1, \dots, e_4$  הבסיס הסטנדרטי (המורכב מווקטורי יחידה). תהי

$T: V \rightarrow V$  ההעתקה הליניארית שהמטריצה המתאימה לה ביחס לבסיס הסטנדרטי

היא

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

מצאו את  $\ker T$  ו-  $\text{Im} T$ .

המשך מעבר לדף ←

80. 134  
תפס"ג/ב

5. יהי  $V$  מרחב וקטורי ממימד 10, ויהיו  $U, W$ , תתי-מרחבים ממימד 8. מה אפשר לומר על מימד  $U \cap W$ ? נמקו.

6. נתונה מערכת המשוואות הבאה מעל  $\mathbb{R}$ :

$$x + y = 1$$

$$x + z = 2$$

$$y + z = 3$$

$$x + y + z = c$$

עבור אילו ערכים של  $c$  יש למערכת פתרון, ומהו?

**בהצלחה!**