בס"ד

ועדת המשמעת מזהירה!
נבחן שימצא ברשותו חומרי עזר אסורים או יתפס בהעתקה יענש בחומרה עד כדי הרחקתו מהאוניברסיטה.

מבחן בקורס אלגברה לינארית 1 (88-112-07)

סמסטר א' מועד א' תשנ"ו

מועד המבחן 06-02-96

משך המבחן שלוש שעות

המרצה פרופ' קרופניק נחום

אין להשתמש בשום חומר עזר

יש לענות על ארבע שאלות מתוך חמש

---

1. הוכח: אם $A\in M_n(\mathbb{R})$ ו- $\det A\neq 0$ אז $A^{-1}=\frac{1}{\det A}\left[(-1)^{j+k}M_{kj}\right]_{k,j=1}^{n}$

---

2. נוסחות Cramer עבור פתרון של המערכת $\sum_{k=1}^{n} a_{jk}x_k=b_j$ $(j=1,\dots,n)$

---

3. יש להגדיר את $\mathbb{Z}_5$ ולהוכיח שהוא שדה

4. תהי
$$A=\begin{bmatrix}6&2&2&2&\cdots&2&2\\2&6&2&2&\cdots&2&2\\2&2&6&2&\cdots&2&2\\\vdots&\vdots&&\vdots&&&\vdots\\2&2&2&2&\cdots&6&2\\2&2&2&2&\cdots&2&6\end{bmatrix}\in M_{1996}(\mathbb{R})$$
יש למצוא את $\det A$

---

5. אופרטור $A\in Hom(\mathbb{R}^4,\mathbb{R}^3)$ מוגדר ע"י מטריצה
$$\tilde{A}=\begin{bmatrix}1&0&1&0\\2&1&-1&1\\4&1&1&1\end{bmatrix}\qquad \left(\begin{bmatrix}1&0&1&0\\2&1&-1&1\\4&1&1&1\end{bmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}y_1\\y_2\\y_3\end{pmatrix}\right)$$
יש למצוא את $\dim Ker A$ ו- $\dim Im A$

בהצלחה!

ועדת המשמעת מזהירה!
נבחן שימצא ברשותו חומרי עזר אסורים או יתפס בהעתקה יענש בחומרה עד כדי הרחקתו מהאוניברסיטה.

סמסטר א' מועד ב' תשנ"ו

מועד המבחן 08.03.1996

משך המבחן שלוש שעות

המרצה פרופ' קרופניק נחום

אין להשתמש בשום חומר עזר

יש לענות על ארבע שאלות מתוך חמש

---

1. סכום וסכום ישר של תת-מרחבים לינאריים: הגדרות, דוגמאות והוכחה של המשפט הבא: " $M+L$ הוא סכום ישר $\Leftrightarrow$ עבור כל $x\in M+L$ ההצגה $x=u+v$ $(u\in M, v\in L)$ היא הצגה יחידה".

---

2. בסיס וממד של המרחבים לינאריים: הגדרות, קיום, יחידות, הוכחות של כל הטענות

---

3. הוכח שמערכת
$$\begin{cases}a_{11}x_1+\dots+a_{1n}x_n=b_1\\ \vdots\\ a_{m1}x_1+\dots+a_{mn}x_n=b_m\end{cases}$$
קונסיסטנטית (קיים פתרון) אם ורק אם
$$rank\begin{pmatrix}a_{11}&\cdots&a_{1n}\\ \vdots&&\vdots\\ a_{m1}&\cdots&a_{mn}\end{pmatrix}=rank\begin{pmatrix}a_{11}&\cdots&a_{1n}&b_1\\ \vdots&&\vdots&\vdots\\ a_{m1}&\cdots&a_{mn}&b_m\end{pmatrix}$$

---

4. כמה פתרונות יש במערכת
$$\begin{cases}ax_1+x_2+x_3=a\\ x_1+x_2+bx_3=b\\ -x_1+x_2+x_3=c\end{cases}\ ?$$
נעלמים $x_1,x_2,x_3\in\mathbb{R}$, פרמטרים $a,b,c\in\mathbb{R}$

---

5. יהיו נתונים שדה F ואיבר $d\in F$.

א. נבנה את הקבוצה V של כל הוקטורים $(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6)$ $(x_j\in F)$ כך שסכומים בכל השורה ובכל העמודה של המלבן

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6

יהיו שווים ל- "d".

ב. יש לבדוק האם קבוצה V לינארית

ג. כמה פתרונות שונים קיימים אם $F=\mathbb{Z}_3$? $(\mathbb{Z}_3=\{\bar{0},\bar{1},\bar{2}\})$

בהצלחה!