המחלקה למתמטיקה

-1-

619

מבחן באלגברה לינארית
מס' קורס 88-110-05
מועד ב' סמסטר א' תשמ"ו
המרצה פרופ' צבי ארד

במבחן 2 שאלונים

בהצלחה !!!

שאלון מס' 1 (שיטה וחלק)

אין להשתמש בחומר עזר. ענה על 6 השאלות. בכל שאלה עליך לסמן את התשובה הנכונה ביותר. למשל ⓐ. בשאלה זה יש יותר מתשובה נכונה אחת וצריך הכל במיצוב. 6 תשובות מזכה ב-5 נקודות. מלבד תשובות 17 ו-18 המזכות ב-10 נקודות. תשובה לא נכונה מורידה נקודה 1.

משפחה :	מספר סטודנט :
שם פרטי :	מספר ת.ז. :

1: נתונה מערכת משוואות $Ax=\beta$ מעל שדה F כאשר $A=\begin{pmatrix} a & a & a+1 \\ 0 & a-1 & a-1 \\ 0 & 0 & a+1 \end{pmatrix}$ אזי למערכת יש פתרון יחיד

א. רק פרט f_F

ב. תמיד

ג. כאשר $a\neq 0,1,-1$

ד. תלוי בשדה F ממנו לקוחים מקדמי המטריצה.

2: מרחב הפולינומים ממעלה ≤ 3 מעל R שדה הממשיים, $R_3[x]$, נגדיר $R=\{p(x)\in R_3[x] / p(2)=0\}$ $S=\{p(x)\in R_3[x] / p(1)=0\}$ אז מתקיים $\dim(R\cap S)$ הוא:

א. 0 ב. 1 ג. 2 ד. 3

3: נתונה מערכת המשוואות $Ax=0$ מעל שדה F כאשר $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a_1 & a_2 & 2 & a_3 \\ a_1^2 & a_2^2 & 4 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & 8 & a_3^3 \end{pmatrix}$

אזי א. תמיד קיים פתרון יחיד

ב. לפעמים פתרון יחיד ולפעמים הרבה פתרונות

ג. לפעמים פתרון יחיד ולפעמים אין פתרון

ד. אם $a_i=0$ עבור איזה i, $1\leq i\leq 3$ אז יש הרבה פתרונות.

4: נתונות 3 מטריצות A,B,C עם מקדמים משדה F ויחד שמוגדר $C=AB+$... אזי

א. קיים n טבעי כך ש- $A,B,C\in F_{n,n}$

ב. מתקיים A,B הפיכות אז C הפיכה תמיד

ג. $\text{rank } C=\text{rank } A+\text{rank } B$

166

אלגברה לינארית 88-110-05
סמ' ב' תשמ"ו
צבי ארד

ד. השלמים ב- $\mathbb{Z}$, מהווים חבורה חילופית

א. לגבי פעולת החיבור ב- C

ב. לגבי פעולת הכפל ב- C

ג. הטענות הקודמות אינן נכונות.

6: עבור המטריצות A,B,C מתקיים $\text{rank}(ABC)\leq \text{rank}(B)$

א. תמיד

ב. לפעמים כן ולפעמים לא תלוי במקדמים של המטריצות

ג. לפעמים כן ולפעמים לא תלוי בשדה ממנו לקוחים המקדמים.

ד. רק כאשר A,C הפיכות

7: הצג את המטריצות $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ואת A^{-1} כמכפלת 3 אלמנטריות:

$A=(\quad)(\quad)(\quad)$ $A^{-1}=(\quad)(\quad)(\quad)$

8: נתונה מטריצה $A=(a_{ij})\in F_{n,n}$ המקיימת $a_{ij}=-a_{ji}$, F שדה. אזי מתקיים תמיד:

א. $|A|=0$ כאשר n זוגי

ב. $|A|=0$ כאשר n אי-זוגי

ג. כאשר הקרקטריסטיקה של F $\neq 2$ אז $|A|=0$

ד. כאשר n אי-זוגי והקרקטריסטיקה של $F\neq 2$ אז $|A|=0$

9: נתון כי הפתרון הכללי של המערכת $Ax=\beta$ מעל R הוא: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -a \\ -a-b \\ b+1 \\ a+1 \end{pmatrix}$ אזי $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1-a \\ 2-a-b \\ b \\ a \end{pmatrix}$ זה כן פתרון כללי של המערכת

א. כן ב. לא ג. לפעמים כן ולפעמים לא.

10: נתון כי $A,B\in F_{n,n}$ וכי למערכת $(AB)\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$ פתרון לא טריוויאלי. אז למערכת $A^t\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$ יש פתרון לא טריוויאלי

א. תמיד

ב. לפעמים כן ולפעמים לא, תלוי בשדה F.

ג. רק פרט f_F

ד. לפעמים כן ולפעמים לא, תלוי במקדמי המטריצות.