

26

3. יהי  $A \in \mathbb{F}^{m \times n}$ ,  $\vec{u} \in \mathbb{F}^m$ ,  $\vec{v} \in \mathbb{F}^n$  (קטני מאדים)  
 $\text{rank}(A) \leq 1 \iff A = \vec{u} \vec{v}^T$   
 ק. מצא חסימים לזמרת הסולות לזמרת המלודיה של המטריצה

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}_5^{3 \times 3}$$

4. יהי  $V$  זמרת לקסוני, לזמרת  $A, B, C \in V$  מתקבלות סולות  
 זמרת  $(A \cap B = A \cap C = B \cap C = \phi)$   
 א. הוכח שאם  $A \cup B$  פורט את  $V$  ואילו  $A \cup C$  פת-תלוי  
 אז  $|C| \leq |B|$   
 ב. הוכח, התייחסו ל'א', שאם  $|C| = |B|$  אז

$$V = \text{span}(A) \oplus \text{span}(B) = \text{span}(A) \oplus \text{span}(C)$$

5. יהי:  $V = \mathbb{F}^3$ ,  $F = \mathbb{Z}_5$   
 א. מצא חסימים  $E$  לתת-הזמרת  
 $W := \text{span}\{(1, 1, 3), (1, 2, 2), (4, 1, 0)\} \subseteq V$   
 ב. נשא את הקטורים  
 $\vec{w}_1 := (3, 4, 3)$ ,  $\vec{w}_2 := (1, 0, 4)$   
 בזמרת אינרסיה של לקסוני  $E$ .

ג. הוכח שמת-הזמרת של  $V$  מבוא יתר מ-25 וקטורים  
 מבוא חסימים של  $V$ .

\* זמן הבחינה: שעה  
 \* אין להשתמש חומר-למד, פרט למחשב-כיס בלבד.  
 \* יש לעבוד 4 מלבד 5 השאלות. אף פתת את כל השאלות - אלא  
 מן 4 מלבד אדוקה, אחת תבדוקה 4 השאלות.  
 \* נא לבלא את כל החלקים והטאות בחזרת הבחנה. הולף  
 להשגת הצע אמר ש בהא אטאק, ורצו השג לרסה סופית לקיה.  
 (נקודת גוף ימין להקרה הזאת את כל ההסברים להטאף הנקיים.)

הבחינה!

1. יהי:  $V := \mathbb{R}^4$

$$W_1 := \text{span}\{(1, 2, 3, 4), (1, 0, 5, -1), (1, -2, 7, -4)\} \subseteq V$$

$$W_2 := \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y + z + w = 0\} \subseteq V$$

א. מצא חסימים  $W_1, W_2$  ונשא את המזיגה.  
 ב. מצא חסימים לזמרת  $W_1 + W_2$ ; הסבר מצול  
 $V = W_1 \oplus W_2$  : כן  $W_1 \subseteq V$   
 ג. מצא מת-זמרת  $V = W_1 \oplus W_2$ .

ד. העזר: קוצר לקיים קצת-תלוי אינרסיה.  
 ה. עזר יולא דרכים של הפינטר  $t$  של אמדחת המטאולת הזאת  
 (יהי  $\mathbb{R}$ ) פתור יזר  $\setminus$  אף פתור  $\setminus$  אינרסיה פתולת? דמקרים  
 קום  $\setminus$  פתולת - נשא אחר.

$$\begin{cases} x + ty + z = 1 \\ tx + t^2y + z = 2 + t \\ tx + 3ty + z = 2 - t \end{cases}$$

2.