(מועד ב')

(88-112-04) אלגברה לינארית 1 \ ד"ר רון עדין

בחינת סיום (מועד ב')

ועדת המשמעת מזהירה:
נבחן שימצאו ברשותו חומרי
עזר אסורים או יתפס בהעתקה
יענש בחומרה עד כדי הרחקתו
מהאוניברסיטה.

24

* משך הבחינה: שעתיים וחצי.
* אין להשתמש בחומר עזר, פרט למחשב כיס פשוט.
* יש לפתור 4 מתוך 5 השאלות. אם פתרת 5 שאלות - אנא סמן אילו 4 מיועדות לבדיקה, אחרת תיבדקנה 4 הראשונות.
* יש לכלול את כל החישובים במחברת הבחינה. ניתן להשתמש בצד אחד של הדף לטיוטה, ולהעביר קו על קטעים שאינם מיועדים לבדיקה.

בהצלחה!

① א. הגדר: מטריצה מצומצמת ומטריצה מורחבת (של מערכת משוואות לינאריות).

ב. הוכח: למערכת המשוואות $A\vec{x}=\vec{b}$ יש פתרון אמם למטריצה המצומצמת ולמטריצה המורחבת יש בדיוק אותה דרגה.

② א. הגדר: $\bar{z}$, $|z|$, מספר מדומה טהור.

ב. הוכח כי אם $z \neq -i$ מספר מדומה טהור אז גם

$$w = \frac{z-i}{iz-1}$$

הוא מספר מדומה טהור.

ג. הוכח כי אם z מספר ממשי w מוגדר כמו בסעיף א', אז $|w| = 1$.

③ א. הגדר: סכום, סכום ישר (של תת-מרחבים).

ב. מצא בסיס לתת-המרחב W_1+W_2 של $\mathbb{R}^4$, כאשר

$W_1 = \text{span}\{(1,2,3,4),\ (1,3,2,4)\}$

$W_2 = \text{span}\{(2,1,3,2),\ (1,3,0,2)\}$

ג. מצא בסיס ל-$W_1 \cap W_2$ עבור W_1, W_2 מסעיף ב'.

2\..

(מועד ב')

25

④ א. להגדר: דרגת שורות, דרגת עמודות, דרגה (של מטריצה).

ב. מה הן הדרגות האפשריות עבור מטריצה $A \in \mathbb{R}^{2\times 4}$? נמק תשובתך ותן דוגמא לכל דרגה אפשרית.

ג. הוכח שאם $A, B \in \mathbb{F}^{n\times n}$ כאשר A הפיכה אז $\text{rank}(AB) = \text{rank}\, B$.

⑤ הוכח או הפרך כל אחת מהטענות הבאות:

א. אם A מטריצה סימטרית אז גם A^2+2A מטריצה סימטרית.

ב. אם $W_1 \cap (W_2+W_3) = (W_1 \cap W_2) + W_3$ אז $W_3 \subseteq W_1$.

ג. העתקה לינארית חח"ע ממרחב על עצמו היא בהכרח העתקת הזהות.