אלגברה לינארית \ ד"ר כהן עדין (88-110)

בחינת סיום (מועד א')

1

* זמן הבחינה: שעתיים.
* יש לפתור 4 מתוך 5 השאלות (כולן שוות משקל).
* נא לכתוב בכתב ברור ונקי, על צד אחד של הדף.
* נא לרשום את כל הטיוטות והחישובים במחברת הבחינה, או במחברת מצורפת, ולמחוק בקו קטעים שאינם לעיון הבודק.
* נא לסמן במפורש איזו שאלה מיועדת לבדיקה. הפותר 5 שאלות ללא סימון כזה, תיבדקנה 4 השאלות הראשונות.
* ניקוד מלא יינתן לתשובה מנומקת היטב, הכוללת את כל החישובים הנחוצים.

בהצלחה!

(1) א. הגדר: ריבוי אלגברי, ריבוי גיאומטרי (של ערך עצמי).

ב. תהיינה

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & -6 \\ 6 & -1 & -6 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ -6 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

האם מטריצות אלו דומות זו לזו? נמק את תשובתך.

(2) יהי V מרחב הפולינומים הממשיים ממעלה ≤ 2, ויהי $T:V\to V$ האופרטור הלינארי המוגדר ע"י:

$$(Tf)(x) = x^2 f(1) + f'(x) \quad (\forall f\in V)$$

א. חשב את הצגת T לפי הבסיס הסטנדרטי $\{1, x, x^2\}$.

ב. " " " T " " $\{1, x-1, x^2-2x+1\}$.

ג. חשב את מטריצת המעבר בין הבסיסים הנ"ל, והראה כיצד א+ג $\Rightarrow$ ב.

אלגברה לינארית \ ד"ר כהן עדין (88-110)

בחינת סיום (מועד ב')

2

* זמן הבחינה: שעתיים.
* יש לפתור 4 מתוך 5 השאלות (כולן שוות משקל).
* נא לכתוב בכתב ברור ונקי, על צד אחד של הדף.
* נא לרשום את כל הטיוטות והחישובים במחברת הבחינה, או במחברת מצורפת, ולמחוק בקו קטעים שאינם לעיון הבודק.
* נא לסמן במפורש איזו שאלה מיועדת לבדיקה. הפותר 5 שאלות ללא סימון כזה, תיבדקנה 4 השאלות הראשונות.
* ניקוד מלא יינתן לתשובה מנומקת היטב, הכוללת את כל החישובים הנחוצים.

בהצלחה!

(1) א. הגדר: דמיון (של מטריצות), דמיון אוניטרי.

ב. הוכח שמטריצה $A\in\mathbb{C}^{n\times n}$ דומה אוניטרית למטריצה הרמיטית $\Leftrightarrow$ A בעצמה הרמיטית.

ג. הוכח שמטריצה $A\in\mathbb{C}^{n\times n}$ דומה למטריצה הרמיטית $\Leftrightarrow$ A דומה למטריצה אלכסונית ממשית.

(2) יהי: V מרחב וקטורי ממימד סופי מעל שדה כלשהו (ממציין $\neq 2$), $T:V\to V$ אופרטור לינארי כך ש: $T^2=I$.

א. הוכח כי T ניתן ללכסון.

ב. מהן הצורות האלכסוניות האפשריות עבור T?

ג. בדוק שהמטריצה הבאה:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

מקיימת $A^2=I$, ומצא מטריצה אלכסונית הדומה לה.