

סמ' ב' תשס"ה  
מועד א'  
17/6/05

אוניברסיטת תל-אביב  
הפקולטה למדעים מדוייקים

## חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי 1 פרופ' פ. אברמוביץ

תנאים

1. משך המבחן: 3 שעות.
2. לענות על 3 מתוך 4 השאלות הבאות.
3. אין להפריד בין תת-השאלות.
4. כל תת-השאלות בעלות ניקוד שווה.
5. אין להשתמש בספרים, מחברות, רשימות, חוברות או כל חומר כתוב או מודפס אחר. מותר להשתמש במחשב כיס.
6. לכתוב את המבחן בכתב ברור ובצורה מסודרת. התשובה לכל שאלה חדשה חייבת להתחיל בעמוד חדש. למספר את העמודים ולציין עמוד המשך אם יש כזה.
7. אין לכתוב את המבחן בעפרון. מבחן לא קריא ו/או כתוב בצורה מרושלת לא ייבדק.
8. אין לענות על יותר שאלות מהנדרש. תבדקנה רק 3 שאלות בבח-ירה מקרית.

## שאלה מס. 1.

א. (17 נק') הוכח שהאיחוד של שתי קבוצות הינו הקבוצה "הקטנה ביותר" המכילה את שתי הקבוצות, כלומר כל קבוצה המכילה את שתי הקבוצות, מכילה גם את האיחוד שלהן.

ב. (17 נק') מצא את הגבולות:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2} \right)^{4n^2}$$

-1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$$

## שאלה מס. 2.

א. (17 נק') הוכח את אי שוויון המשולש: לכל זוג של מספרים ממשיים  $a, b$  מתקיים

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

ב. (17 נק') הוכח בעזרת משפט הערך הממוצע של Lagrange את האי-שוויון הכפול הבא:

$$\frac{v - u}{1 + u^2} < \arctan(v) - \arctan(u) < \frac{v - u}{1 + v^2}$$

כאשר  $0 < u < v$ . הראה שהאי-שוויון הכפול

$$\frac{\pi}{4} + \frac{3}{25} < \arctan\left(\frac{4}{3}\right) < \frac{\pi}{4} + \frac{1}{6}$$