

בחינה בקורס חשבון אינפיניטסימלי 2 (88-133-05/07) – מועד ב

אוניברסיטת בר-אילן, יום ב, ד אלול תשפג (21.8.23)

מרצים: ד"ר דן פלורנטיין, פרופ' בועז צבאן

מתרגלים: ראם וקסמן, עידו פלדמן, אושרית שטוסל

משך הבחינה: שעתיים וחצי

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו

הנחיות

1. יש לענות בגוף השאלון בלבד.
2. יש לענות על 3 שאלות מתוך 4.
3. משקל כל שאלה: 32 נקודות. (אם לא צויין אחרת, הנקודות מתחלקות בשווה, בקירוב, בין סעיפי השאלה).
4. עבור סדר ונקיון הבחינה מוקצות 4 נקודות.
5. השתמשו במחברת הבחינה לטייטה, ולאחר שמצאתם פתרון מספק, כתבו אותו בצורה מסודרת בגוף הבחינה.
6. אם המקום המיועד לתשובה לא מספיק, אפשר להמשיך את הפתרון במקומות הבאים, לפי סדר עדיפויות יורד:
 - (א) גב הדף של השאלה שאתם פותרים.
 - (ב) שני הדפים הנוספים בסוף המבחן (בשני העמודים של כל דף).
 - (ג) דף של שאלה אחרת (שני צדדיו).
 - (ד) בטופס נוסף שתבקשו מהבוחנים, וישודך לטופס המקורי.בכל מקרה כזה יש לציין בכל עמוד שהסתיים היכן הפתרון ממשיך.
7. אם אתם כותבים פתרון שאלה בעמוד אחר מעמוד השאלה, יש לציין בעמוד של השאלה את מיקום הפתרון.
8. שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

בהצלחה!

ענו בצורה מלאה על **שלוש שאלות** מבין ארבעת השאלות הבאות.

שאלה 1

א. הוכח שכל פונקציה אינטגרבילית בקטע סגור חסומה בקטע זה.

ב. הוכח שכל פונקציה רציפה בקטע סגור אינטגרבילית בקטע זה.

תשובה:

שאלה 2

א. חשב את האינטגרל הלא מסויים $\int \frac{x^4 - x^3 - x - 1}{x^3 - x^2} dx$.

ב. בדוק האם האינטגרל הבא מתכנס בהחלט, בתנאי, או מתבדר: $\int_0^1 \log x \, dx$.

תשובה:

שאלה 3

א. הוכח שאם $f_n \rightarrow f$ נקודתית בקטע $[a, b]$, אז לכל קבוצה סופית $F \subseteq [a, b]$ מתקיים: $f_n \rightarrow f$ במידה שווה בקבוצה F .

ב. מצא דוגמה לפונקציה f וסידרת פונקציות $(f_n)_{n=1}^{\infty}$ עם התכונות הבאות:

• הפונקציה f והפונקציות f_n כולן גזירות בקטע $[0, 1]$, ונגזרתן רציפה בקטע.

• $f'_n \rightarrow f'$ במידה שווה בקטע $[0, 1]$.

• לא מתקיים $f_n(x) \rightarrow f(x)$ באף נקודה x בקטע.

תשובה:

שאלה 4

א. חשב את פולינום טיילור ממעלה n של הפונקציה $f(x) := e^{2x}$ סביב הנקודה $a := \log 2$.

ב. מצא חסם מלעיל (התלוי ב n אך לא ב x) לשגיאה המתקבלת בשימוש בפולינום זה לקירוב הפונקציה e^{2x} בקטע $[0, \log 2]$.

תשובה:

דף נוסף ראשון לפתרון שאלות (אם המקום בדפים הקודמים לא הספיק)

דף נוסף שני לפתרון שאלות (אם המקום בדפים הקודמים לא הספיק)