

בחינה בקורס חשבון אינפיניטסימלי 2 (88-133-05/07) – מועד א

אוניברסיטת בר-אילן, יום ג, כט תמוז תשפג (18.7.23)

מרצים: ד"ר דן פלורנטיין, פרופ' בועז צבאן

מתרגלים: ראם וקסמן, עידו פלדמן, אושרית שטוסל

משך הבחינה: שעתיים וחצי

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו

הנחיות

1. יש לענות בגוף השאלון בלבד.
2. יש לענות על 3 שאלות מתוך 4.
3. משקל כל שאלה: 32 נקודות. (אם לא צויין אחרת, הנקודות מתחלקות בשווה, בקירוב, בין סעיפי השאלה).
4. עבור סדר ונקיון הבחינה מוקצות 4 נקודות.
5. השתמשו במחברת הבחינה לטייטה, ולאחר שמצאתם פתרון מספק, כתבו אותו בצורה מסודרת בגוף הבחינה.
6. אם המקום המיועד לתשובה לא מספיק (למרות שהוא אמור להספיק), אפשר להמשיך את הפתרון במקומות הבאים, לפי סדר עדיפויות יורד:
 - (א) גב הדף של השאלה שאתם פותרים.
 - (ב) שני הדפים הנוספים בסוף המבחן (בשני העמודים של כל דף).
 - (ג) דף של שאלה אחרת (שני צדדיו).
 - (ד) בטופס נוסף שתבקשו מהבוחנים, וישודך לטופס המקורי.בכל מקרה כזה יש לציין בכל עמוד שהסתיים היכן הפתרון ממשיך.
7. אם אתם כותבים פתרון שאלה בעמוד אחר מעמוד השאלה, יש לציין בעמוד של השאלה את מיקום הפתרון.
8. שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

בהצלחה!

ענו בצורה מלאה ומנומקת על **שלוש שאלות** מבין ארבעת השאלות הבאות.

שאלה 1

הוכח את **המשפט היסודי**: תהי f אינטגרבילית בקטע $[a, b]$, ותהי $\varphi(x) := \int_a^x f(t) dt$.

אזי $\varphi'(x) = f(x)$ בכל נקודות הרציפות של f .

תשובה:

שאלה 2

מצא את תחום ההתכנסות של כל אחד מהטורים הבאים:

א. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\log n}$

ב. $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^{n!}$

ג. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} (x+1)^{n^2}$

תשובה:

שאלה 3

בדוק את ההתכנסות ואת ההתכנסות בהחלט של האינטגרלים הבאים:

א. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\sqrt{1+x^4}} dx$

ב. $\int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{1}{x \sqrt{\log \frac{1}{x}}} dx$

ג. $\int_1^{\infty} \frac{\cos \sqrt{x}}{x} dx$

תשובה:

שאלה 4

נתונה סידרת פונקציות המוגדרות בקרן $[0, \infty)$: $f_n(x) := \frac{nx}{nx+1}$.

א. מצא פונקציה $f(x)$ כך ש $f_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} f$ בקרן $[0, \infty)$.

ב. קבע האם ההתכנסות $f_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} f$ היא במידה שווה בקרן $[0, \infty)$.

ג. האם לכל $0 < x$ מתקיים $\int_0^x f_n(t) dt \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \int_0^x f(t) dt$?

ד. האם לכל $0 < x$ מתקיים $f'_n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} f'(x)$?

תשובה:

דף נוסף ראשון לפתרון שאלות (למי שהמקום בדפים הקודמים לא הספיק)

דף נוסף שני לפתרון שאלות (למי שהמקום בדפים הקודמים לא הספיק)