

בחינה בקורס חשבון אינפיניטסימלי 2 (88-133-05/07) – מועד ב'
אוניברסיטת בר-אילן, יום ב, כ"ה אב תשע"ט (26.8.19)

מרצים: בועז צבאן, בוריס קוניאבסקי.

מתרגלים: רועי אבל, ניקול בלשוב, רחל גרינפלד.

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו.

הנחיות

א. יש לענות על 3 מתוך 4 השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטיוטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת בגוף הבחינה, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם מוכרחים, אפשר להמשיך תשובה בגב אותו דף. תשובה המשתרעת על יותר משני עמודים עלולה לקבל ניקוד חלקי.

ב. משקל כל שאלה הוא 32 נקודות. בשאלות עם יותר מסעיף אחד, הנקודות מתחלקות בשווה בין הסעיפים. 4 נקודות מוקצות עבור סדר ונקיון הבחינה.

ג. הקף בעיגול, בטבלה הבאה, את מספרי השאלות שעליהן ענית.

ארבע השאלות שבחרתי (להקיף בעיגול)	ניקוד (לשימוש הבודקים)
1	
2	
3	
4	
סדר ונקיון	
סה"כ	

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

הבהרה. גם אם הדבר לא מצויין במפורש בשאלות, עליך לנמק את כל תשובותיך.

בהצלחה!

שאלה 1

הוכח את משפט הערך הממוצע האינטגרלי: יהיו f רציפה בקטע $[a, b]$, $0 \leq g$ בקטע (או $g \leq 0$ בקטע) ואינטגרבילית. אזי יש מספר c בקטע כך ש: $\int_a^b f(x)g(x) dx = f(c) \int_a^b g(x) dx$.

תשובה:

הגדרה: תהי f פונקציה המוגדרת בכל הישר הממשי.

הפונקציה f היא זוגית אם $f(-x) = f(x)$ לכל x ממשי.

הפונקציה f היא איזוגית אם $f(-x) = -f(x)$ לכל x ממשי.

שאלה 2

תהי f פונקציה רציפה בכל הישר הממשי, ותהי g פונקציה קדומה ל f .

א. הוכח: אם הפונקציה f איזוגית, אז הפונקציה g זוגית.

ב. מצא דוגמא שבה הפונקציה f זוגית, והפונקציה g איננה איזוגית.

תשובה:

שאלה 3

חשב את האינטגרלים הבאים:

א. $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}-1}{2}} \frac{dx}{x^2+x+1}$

ב. $\int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx$

תשובה:

שאלה 4

מצא את תחום ההתכנסות של טורי החזקות הבאים:

א. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{n^3}}{n}$

ב. $\sum_{n=0}^{\infty} n! x^{2n}$

ג. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{2^{n^3}}$

תשובה: