

בחינה בקורס **חשבון אינפיניטסימלי 2** (88-133-05/07) – מועד ב'
אוניברסיטת בר-אילן, יום ג', ה' אב תשע"ו (9.8.16 למ')

מרצים: בועז צבאן, מיכאל שיין.

מתרגלים: שירה גילת, אפי כהן, ניר שוורץ, מנחם שלוסברג.

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו, פרט למחשבון פשוט.

הנחיות

א. יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטייטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת **בגוף הבחינה**, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם מוכרחים, אפשר להמשיך תשובה בגב אותו דף. לא תקבל תשובה המשתרעת על פני יותר משני עמודים.

ב. משקל כל שאלה הוא 24 נקודות. בשאלות עם יותר מסעיף אחד, הנקודות מתחלקות בשווה בין הסעיפים. 4 נקודות מוקצות עבור סדר ונקיון הבחינה.

ג. הקף בעיגול, בטבלה הבאה, את מספרי השאלות שעליהן ענית.

ניקוד (לשימוש הבודקים)	ארבע השאלות שבחרתי (להקיף בעיגול)
	1
	2
	3
	4
	5
	סדר ונקיון
	סה"כ

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

בהרה. גם אם הדבר לא מצויין במפורש בשאלות, עליך לנמק את כל תשובותיך.

בהצלחה!

שאלה 1

חשב את האינטגרלים הלא מסויימים הבאים:

א. $\int (\arcsin x)^2 dx$

ב. $\int \sin \sqrt{x} dx$

ג. $\int \frac{169 \sin x}{5 \sin x + 12 \cos x} dx$

תשובה:

שאלה 2

תהי פונקציה אינטגרבילית בקטע סגור $[a, b]$, כך שמתקיים $f(x) = x^3$ לכל מספר רציונלי x בקטע $[a, b]$. הוכח שהקבוצה $\{x \in [a, b] : f(x) \neq x^3\}$ הינה ממידה אפס.

תשובה:

שאלה 3

קבע אלו מהאינטגרלים הלא־אמיתיים הבאים מתכנסים ואלו מתבדרים:

א. $\int_0^{\infty} \frac{\sin(x^{5776})}{x^{5776}} dx$

ב. $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x} \sin \frac{1}{x+2} dx$

תשובה:

שאלה 4

לכל מספר טבעי n , נגדיר את הפונקציה $f_n(x) := \frac{nx}{n+x}$ לכל מספר ממשי x בקטע $[0, 1]$.
האם הסידרה $(f_n(x))_{n=1}^{\infty}$ מתכנסת במידה שווה בקטע $[0, 1]$?

תשובה:

שאלה 5

תהי $f(x) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$ לכל מספר ממשי חיובי x .

א. הוכח שיש טור חזקות $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ כך שמתקיים $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ לכל מספר ממשי x .

ב. מצא את פולינום טיילור-מקלורן ממעלה 2 של הפונקציה $f(x)$ סביב הנקודה 0, וחסום את השגיאה בקירוב הפונקציה $f(x)$ על ידי פולינום זה.

תשובה: