בחינה בקורס **חשבון אינפיניטסימלי 1** (88־132־05/07) – מועד ב'

אוניברסיטת בר־אילן, יום א', כ"ז ניסן תשע"ז (23.4.17 למ')

מרצה: פרופ' בועז צבאן, פרופ' מיכאל שיין.

מתרגלים: עדי בן צבי, תמר בר־און, ניר שוורץ.

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו, פרט למחשבון פשוט.

הנחיות

א. יש לענות על **4** מתוך 5 השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטיוטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת **בגוף הבחינה**, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם מוכרחים, אפשר להמשיך תשובה בגב אותו דף. לא תתקבל תשובה המשתרעת על פני יותר משני עמודים.

ב. משקל כל שאלה הוא 24 נקודות. בשאלות עם יותר מסעיף אחד, הנקודות מתחלקות בשווה בין הסעיפים. 4 נקודות מוקצות עבור סדר ונקיון הבחינה.

ג. הקף בעיגול, בטבלה הבאה, את מספרי השאלות שעליהן ענית.

ארבע השאלות שבחרתי (להקיף בעיגול)	**ניקוד** (לשימוש הבודקים)
1	
2	
3	
4	
5	
סדר ונקיון	
סה"כ	

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

הבהרה. גם אם הדבר לא מצויין במפורש בשאלות, עליך לנמק את כל תשובותיך. תשובה נכונה ללא נימוקים מספיקים עלולה לקבל ניקוד נמוך.

בהצלחה!

שאלה 1

יהיו $(b_n)_{n=1}^{\infty}, (a_n)_{n=1}^{\infty}$ סדרות מתכנסות של מספרים ממשיים. יהיו $a := \lim\limits_{n\to\infty} a_n$ ו $b := \lim\limits_{n\to\infty} b_n$.

הוכח: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \cdot b_n = ab$.

תשובה:

שאלה 2

תהי $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ סידרה המקיימת $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \cdot a_{n+1} = 1$.

הוכח שלכל גבול חלקי $a \neq 0$ של הסידרה $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, גם המספר $\frac{1}{a}$ הוא גבול חלקי שלה.

תשובה:

שאלה 3

לכל אחד מהטורים הבאים, בדוק האם הוא מתכנס בהחלט, מתכנס בתנאי, או מתבדר.

א. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\arctan n}{n}$.

ב. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\frac{\cos n}{n^2}$.

ג. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\binom{2n}{n}}$.

תשובה:

שאלה 4

הוכח שלפונקציה $\cos(\sqrt{\ln 1/|x|})$ אין גבול בנקודה $x = 0$.

תשובה:

שאלה 5

תהי $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ פונקציה רציפה בכל הישר הממשי $\mathbb{R}$. הוכח:

א. אם הפונקציה f חד־חד ערכית, אז היא מונוטונית (עולה או יורדת).

ב. היעזר בסעיף הקודם להוכיח שקיים מספר ממשי x כך ש $f(f(x)) \neq -x$.

תשובה: