

## בחינה בקורס **חשבון אינפיניטסימלי 1** (88-132-05/07) – מועד א'

אוניברסיטת בר-אילן, יום ב', א' אדר תשע"ז (27.2.17 למ')

**מרצים:** פרופ' בועז צבאן, פרופ' מיכאל שיין.

**מתרגלים:** עדי בן צבי, תמר בר-און, ניר שוורץ.

**משך הבחינה:** שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו, פרט למחשבון פשוט.

### הנחיות

א. יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטייטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת **בגוף הבחינה**, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם מוכרחים, אפשר להמשיך תשובה בגב אותו דף. לא לתקבל תשובה המשתרעת על פני יותר משני עמודים.

ב. משקל כל שאלה הוא 24 נקודות. בשאלות עם יותר מסעיף אחד, הנקודות מתחלקות בשווה בין הסעיפים. 4 נקודות מוקצות עבור סדר ונקיון הבחינה.

ג. הקף בעיגול, בטבלה הבאה, את מספרי השאלות שעליהן ענית.

| ניקוד (לשימוש הבודקים) | ארבע השאלות שבחרתי (להקיף בעיגול) |
|------------------------|-----------------------------------|
|                        | 1                                 |
|                        | 2                                 |
|                        | 3                                 |
|                        | 4                                 |
|                        | 5                                 |
|                        | סדר ונקיון                        |
|                        | סה"כ                              |

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

**הבהרה.** גם אם הדבר לא מצויין במפורש בשאלות, עליך לנמק את כל תשובותיך. תשובה נכונה ללא נימוקים מספיקים עלולה לקבל ניקוד נמוך.

**בהצלחה!**

## שאלה 1

תהי  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  סידרה של מספרים ממשיים. הוכח שהתכונות הבאות שקולות:

1. הסידרה  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  מתכנסת.
2. לכל פונקציה חד־חד ערכית ועל  $\sigma: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , הסידרה  $(a_{\sigma(n)})_{n=1}^{\infty}$  מתכנסת.

תשובה:

## שאלה 2

לכל אחד מהטורים הבאים, קבעו האם הוא מתכנס בהחלט, מתכנס בתנאי, או מתבדר.

א.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{n\pi}{6}}{\ln(n+1)}$

ב.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin n^2}{n^{5/4}}$

ג.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{3^{n^2}}{(n!)^3}$

תשובה:

### שאלה 3

הוכח, בעזרת ניסוח  $\epsilon$ - $\delta$ , את הטענה  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{1}{2}$ .

תשובה:

#### שאלה 4

תהי  $f$  פונקציה המוגדרת בכל הישר הממשי, ומקיימת  $f(a + b) = f(a) + f(b)$  לכל  $a, b \in \mathbb{R}$ . נתון גם שהפונקציה  $f$  רציפה בנקודה 0. הוכח:

א.  $f(0) = 0$ .

ב. הפונקציה  $f$  רציפה בכל הישר הממשי.

ג. הפונקציה  $f$  רציפה במידה שווה ב  $\mathbb{R}$ .

**תשובה:**

## שאלה 5

הוכח את משפט קנטור, האומר שכל פונקציה רציפה בקטע סגור, רציפה במידה שווה בקטע זה.

**תשובה:**