

## בחינה בקורס חשבון אינפיניטסימלי 1 (88-132-01) - מועד ב'

אוניברסיטת בר-אילן, יום ה', י"א אייר תשע"ה (30.4.15 למ')

**מרצה:** בועז צבאן.

**מתרגלים:** איתמר שטיין, ארז שיינר.

**משך הבחינה:** שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו, פרט למחשבון פשוט.

### הנחיות

א. יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטייטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת **בגוף הבחינה**, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם מוכרחים, אפשר להמשיך תשובה בגב אותו דף. לא תקבל תשובה המשתרעת על פני יותר משני עמודים.

ב. משקל כל שאלה הוא 24 נקודות. בשאלות עם יותר מסעיף אחד, הנקודות מתחלקות בשווה בין הסעיפים. 4 נקודות מוקצות עבור סדר ונקיון הבחינה.

ג. הקף בעיגול, בטבלה הבאה, את מספרי השאלות שעליהן ענית.

ניקוד (לשימוש הבודקים)	ארבע השאלות שבחרתי (להקיף בעיגול)
	1
	2
	3
	4
	5
	סדר ונקיון
	סה"כ

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

**הבהרה.** גם אם הדבר לא מצויין במפורש בשאלות, עליך לנמק את כל תשובותיך.

**בהצלחה!**

## שאלה 1

יהיו  $f(x), g(x)$  פונקציות גזירות בנקודה  $a$ .

הוכח שהפונקציה  $f(x) \cdot g(x)$  גזירה בנקודה  $a$ , ונגזרתה בנקודה זו היא  $f'(a) \cdot g(a) + g'(a) \cdot f(a)$ .

**תשובה:**

## שאלה 2

תהי  $a_n$  סידרה כך שלכל תת־סידרה שלה יש תת־סידרה המתכנסת ל  $a$ . (בפירוט: לכל תת־סידרה  $b_n$  של  $a_n$  יש תת־סידרה  $c_n$  של  $b_n$  המקיימת  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = a$ ).

הוכח:  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ .

**תשובה:**

### שאלה 3

לכל אחד מהטורים הבאים, קבעו האם הוא מתכנס.

א.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \ln(n)}$

ב.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n^2}$

ג. מצא את הערכים של  $a$  שעבורם הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} a^{\ln(n)}$  מתכנס.

תשובה:

**שאלה 4**

**א.** מצא את הגבול  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \sin x} \right)$

**ב.** מצא את הגבול העליון והגבול התחתון של הסידרה  $a_n := \left( 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right)^{n^{((-1)^n)}}$

**תשובה:**

## שאלה 5

א. יהיו  $f(x), g(x)$  פונקציות המוגדרות בסביבת נקודה  $a$ , כך ש  $g(x)$  אינה רציפה ב  $a$  אך  $f(x)$  וכן  $f(x) \cdot g(x)$  שתיהן רציפות ב  $a$ .

מהו הערך  $f(a)$ ?

ב. תהי  $f(x)$  פונקציה המוגדרת בקטע  $[0, 1]$  ומקיימת  $f(0) = 0$ . נתון שהנגזרת הימנית  $f'_+(0)$  קיימת.

מצא את הגבול  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{f(x)}$ .

**תשובה:**