קורס תורת הקבוצות - אביב תש"ס

11 במאי 2000

תרגיל 9

1. תהי $f : A \to B$ על. בהנחת אקסיומת הבחירה, הוכיחו כי קיימת פונקציה חדחד ערכית $g : B \to A$.
2. בהנחת אקסיומת הבחירה, הראו שלכל שתי קבוצות A ו-B או שקיימת פונקציה חדחד ערכית $A \to B$ או שקיימת פונקציה חדחד ערכית $B \to A$.
רמז: השתמשו בלמה של צורן, ומצאו קבוצה מקסימלית של זוגות זרים $\{< a, b > | a \in A, b \in B\}$.
3. בהנחת אקסיומת הבחירה, הוכיחו כי קיים בסיס לממשיים כמרחב וקטורי מעל הרציונליים. רמז: בעזרת הלמה של צורן, מצאו קבוצה ב"ת ליניארית מירבית.
4. חשבון עוצמות: יהיו A, B, C קבוצות זרות. הוכיחו כי
$|A \times (B \cup C)| = |(A \times B) \cup (A \times C)|$