קורס תורת הקבוצות - אביב תש"ס

8 במאי 2000

תרגיל 2

1. תהא A "קבוצת כל הקבוצות"
   (א) הוכיחו ש-$|\mathcal{P}(A)| \gneqq |A|$
   (ב) הוכיחו ש-$\mathcal{P}(A) \subseteq A$
   (ג) הראו שאין "קבוצת כל הקבוצות".
2. הוכחה דומה תראה את אי-קיום "קבוצת כל העוצמות האינסופיות":
   (א) תהא λ עוצמה אינסופית. הוכח שקיימת עוצמה δ כך ש- $\lambda < \delta$.
   (ב) תהא C קבוצת עוצמות שאין לה איבר מקסימלי (כלומר, לכל $\lambda \in C$ קיים $\delta \in C$, $\lambda < \delta$), ונסמן $D = \cup C$. הראו ש-$\lambda < |D|$ לכל $\lambda \in C$.
   (ג) הראו שבמקרה ש-C הקבוצה לעיל מתקבלת סתירה.