# קורס תורת הקבוצות - אביב תש"ס

8 במאי 2000

# תרגיל 1

1. הוכיחו ש-$\{\{x\},\{x,y\}\}=\{\{x'\},\{x',y'\}\}$ אם ורק אם $x=x'$ וגם $y=y'$.

2. תהא $X$ קבוצה. נגדיר לכל שתי תת-קבוצות שלה את <u>ההפרש הסימטרי</u> שלהן כ: $A\triangle B=(A\setminus B)\cup(B\setminus A)$. זו שוב תת-קבוצה של $\mathcal{P}(A)$. הוכיחו שההפרש הסימטרי הוא חבורה אבלית, כלומר:

   (א) $\triangle$ היא אסוציאטיבית: $(A\triangle B)\triangle C=A\triangle(B\triangle C)$.

   (ב) קיימת $U$ כך שלכל $A$ מתקיים: $A\triangle U=U\triangle A=A$.

   (ג) לכל $A$ קיימת $A'$ כך ש: $A\triangle A'=A'\triangle A=U$.

   (ד) לכל $A,B$ מתקיים: $A\triangle B=B\triangle A$.

3. תהא $X=\{f\mid f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\}$, ותהא $Y=\{f\mid f:\mathbb{R}\to\mathcal{P}(\mathbb{R})\}$. תהא $\phi:X\to Y$ הפונקציה $(\phi(f))(x)=\{f(y)\mid y<x\}$.

   (א) האם $\phi$ חד-חד-ערכית?

   (ב) השאלה בוטלה.

   (ג) אילו מן הטענות הבאות נכונות?

      i. קיימת $f\in X$ כך שלכל $x\in\mathbb{R}$, $(\phi(f))(x)=\mathbb{R}$.

      ii. קיימת $f$ כזו רציפה.

      iii. קיימת $f$ כזו מונוטונית.