האוניברסיטה העברית בירושלים
החוג למתימטיקה

בחינה בתורת הקבוצות (80200)

סמסטר האביב – תש״ס – מועד ג׳

המורה: פרופ׳ עזריאל לוי　　　　　　הזמן: שעתיים

ענה על 3 שאלות בלבד מתוך 4 השאלות הבאות. אם ייענו יותר שאלות אז תיבדקנה שלוש התשובות הראשונות בלבד.
תשובותיך על השאלות צריכות לכלול הוכחות מלאות וברורות, אלא אם נאמר במפורש שאין צורך להוכיח.
מותר להסתמך על משפטים קודמים מבלי להוכיחם, אך עליהם להיות מנוסחים באופן מלא.

1. הוכח את משפט קנטור-ברנשטיין, כלומר שאם כל אחת מן הקבוצות A, B ניתנת להעתקה חד חד ערכית לתוך חברתה אז A ו-B שוות עוצמה.

2. השתמש ישירות באקסיומת הבחירה, או בלמה של צורן, כדי להוכיח שלכל קבוצה אינסופית A יש תת-קבוצה B בת מניה.

3. הוכח כי לכל קבוצה A של סודרים מונים החסם העליון שלה $\bigcup A$ הוא סודר מונה.

4. הוכח שלעצמות a, b, c כלשהן קיים $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$. הקפד להוכיח את העובדות על קבוצות בהן הנך משתמש.