<u>טופולוגיה אלגברית 2 – תרגיל 8</u>

1. לכל n קבע האם $\mathbb{R}P^n$ אוריינטבילי.

2. המשטח nT המשוכן באופן ה"סטנדרטי" ב $\mathbb{R}^3$ חוסם תחום קומפקטי S. יהיו S_1, S_2 שני עותקים של S ותהי X היריעה הסגורה ה 3 ממדית המתקבלת מ S_1, S_2 ע"י זיהוי $\partial S_1, \partial S_2$ זה לזה באמצעות העתקת הזהות. חשב את $H_i(X)$ ואת $H_i(X, S_1)$ (לכל i).

3. מצא מבנה CW עבור המרחב המתקבל מ D^3 ע"י זיהוי נקודות ב ∂D^3 המתקבלות זו מזו ע"י סיבוב של π סביב ציר ה z.

4. בהנתן מבנה CW על X ועל Y, מצא מבנה CW על $X \times Y$.

<u>הדרכה</u>: אם X מרחב CW אזי לכל תא n ממדי של X קיימת העתקה $f : D^n \to X$ שהיא חד-חד-ערכית על הפנים של D^n, וצמצומה ל ∂D^n היא העתקת ההדבקה של תא זה לשלד ה $n-1$ ממדי. את מבנה ה CW על $X \times Y$ נתאר ע"י ההעתקות הללו. לכל תא n ממדי של X ותא m ממדי של Y יהיה ל $X \times Y$ תא $n+m$ ממדי, עליו נחשוב כ $D^{n+m} = D^n \times D^m$, ואם $f : D^n \to X$, $g : D^m \to Y$ הן ההעתקות הנ"ל עבור התאים ב X ו Y, אזי $f \times g : D^n \times D^m \to X \times Y$ תהיה ההעתקה עבור התא ה $n+m$ ממדי המתאים ב $X \times Y$.

עליך להראות שזה אכן מגדיר מבנה CW על $X \times Y$, כלומר, הוספה בשלבים של תאים מממדים גבוהים יותר ויותר ע"י הדבקת השפה שלהם לשלד מהממד הקודם.

5. בחר מבני CW על שני עתקים של S^1 ותאר את מבנה ה CW המושרה על $S^1 \times S^1$ ע"י המרשם משאלה 4.