

טופולוגיה אלגברית 2 – תרגיל 2

1. יהיו $\{f_n\}$ ו $\{g_n\}$ שתי העתקות שרשראות מקומפלקס שרשראות $\{C_n\}$ לקומפלקס

שרשראות $\{D_n\}$. נסמן $\{f_n\} \sim_{CH} \{g_n\}$ אם יש הומוטופית שרשראות מ $\{f_n\}$ ל $\{g_n\}$.

א. הראה שזהו יחס שקילות.

ב. הראה שיחס שקילות זה נשמר תחת הרכבות, כלומר אם $\{f'_n\}$ ו $\{f_n\}$ שתי העתקות

שרשראות מ $\{C_n\}$ ל $\{D_n\}$ המקיימות $\{f'_n\} \sim_{CH} \{f_n\}$ ו $\{g_n\}$ ו $\{g'_n\}$ שתי העתקות

שרשראות מ $\{D_n\}$ ל $\{E_n\}$ המקיימות $\{g'_n\} \sim_{CH} \{g_n\}$ אז $\{g'_n \circ f'_n\} \sim_{CH} \{g_n \circ f_n\}$.

2. תהי $0 \rightarrow A \xrightarrow{i} B \xrightarrow{j} C \rightarrow 0$ סדרה מדויקת של חבורות אבליות.

הראה שהתנאים הבאים שקולים:

א. קיימת $r: B \rightarrow A$ כך ש $r \circ i = \text{Id}_A$.

ב. קיימת $s: C \rightarrow B$ כך ש $j \circ s = \text{Id}_C$.

ג. קיימת תת-חבורה $D \subseteq B$ כך ש $B = \text{Im}(i) \oplus D$.

אנו נאמר במקרה כזה שהסדרה המדויקת הנ"ל **מתפצלת**.

3. הראה שהסדרה המדויקת הבאה איננה מתפצלת: $0 \rightarrow \mathbb{Z} \xrightarrow{\times 2} \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/2 \rightarrow 0$

4. א. תהי $0 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow 0$ סדרה מדויקת של חבורות אבליות.

הראה שאם C חבורה אבלית **חפשית** אז הסדרה מתפצלת.

ב. הראה שתנאי זה על A או B איננו גורר התפצלות הסדרה.

5. תהי A קבוצה קמורה, $a \in A$. בהינתן סימפלקס סינגולרי $\sigma: \Delta^n \rightarrow A$ כתוב

ביטוי מפורש עבור $C_a(\sigma): \Delta^{n+1} \rightarrow A$ והראה שהעתקה זו היא אכן רציפה.