טופולוגיה אלגברית 2 – תרגיל 1

1. עבור $f: X \to Y$ תאר במפורש מהו $f_*: H_0(X) \to H_0(Y)$

2. בקומפלקס השרשראות המגדיר את ההומולוגיה המצומצמת, צירפנו חבורה $\mathbb{Z}$ בממד -1 עם הומומורפיזם $\varepsilon: C_0(X) \to \mathbb{Z}$, ולכן קיימת החבורה $\tilde{H}_{-1}(X)$.

א. הראה שאם X לא ריק אז $\tilde{H}_{-1}(X)=0$

ב. מהו $\tilde{H}_{-1}(\varnothing)$?

ג. הראה ש $\varepsilon: C_0(X) \to \mathbb{Z}$ משרה $\varepsilon: H_0(X) \to \mathbb{Z}$.

ד. יהיו $\{A_\alpha\}_{\alpha\in I}$ רכיבי הקשירות המסילתית של X, ויהי $\beta \in I$ כלשהו.

הראה ש $\tilde{H}_0(X) \cong \bigoplus_{\alpha\in I-\{\beta\}} \mathbb{Z}$

3. הוכח או הפרך: אם $p: E \to B$ העתקת כיסוי אז $p_*: H_1(E) \to H_1(B)$ מונומורפיזם.

4. **א.** יהיו $A \underset{r}{\overset{i}{\rightleftarrows}} B$ הומומורפיזמים בין חבורות אבליות כך ש $r \circ i = \mathrm{Id}_A$.

הראה ש $B = \mathrm{Im}(i) \oplus \ker(r)$.

ב. מה תוכל להסיק לגבי נסג $A \subseteq X$.