בס"ד

שיטות נומריות במשוואות דפרנציאליות, 88-379
מועד ב', סמסטר ב', תשס"ב
ד"ר ג'רמי שיף

זמן המבחן: שעתיים.
מותר להשתמש בכל חומר עזר ובמחשב כיס.
יש לנסות לענות על כל השאלות. ניקוד כל השאלות שווה.

1. א. מצא את הפתרון המדוייק של הבעיה

$$x' = \frac{1}{1+3x^2} \ , \qquad x(0) = 0$$

מה הוא הערך המדוייק של $x(2)$?

ב. מצא קירוב ל-$x(2)$ על ידי שימוש בשיטת אויילר עם $h = \frac{1}{2}$.

ג. באיזה h היית צריך להשתמש, בשיטת אויילר, כדי לקבל טעות של פחות מ-0.001 ?

2. מצא, לכל ערך של הפרמטר α, את תחום היציבות של השיטה

$$x_{n+1} = x_n + h\left(\alpha f(x_n) + (1-2\alpha) f\left(x_n + \frac{1}{2} h f(x_n)\right) + \alpha f(x_{n+1})\right)$$

לפתרון המערכת $x' = f(x)$.

3. הסבר, בקיצור, איך היית משתמש בשיטת ירייה לפתור את בעיית הערכים העצמיים

$$y''(x) + (\lambda - x^2) y(x) = 0 \ , \qquad y(0) = y(1) = 0$$

4. הוכח ש-

$$\frac{1}{4h^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} u_{ij}$$

הוא קירוב מסדר 2 ל- $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$. השתמש בזה להציע שיטה לפתרון המשוואה

$$\nabla^2 u + \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = f(x,y)$$

(α פרמטר קטן, $f(x,y)$ פונקציה נתונה) עם תנאי שפה דיריכלה על הריבוע $0 < x, y < 1$.

בהצלחה!!