ד"ר ג'רמי שיף

שיטות נומריות, 88-376

תרגילים: חישובים נומריים באלג'ברה ליניארית, המשך

1. א. A היא המטריצה

$$\begin{pmatrix} 660 & -1064 & 124 & 115 \\ 183 & -297 & 34 & 33 \\ -2196 & 3601 & -406 & -381 \\ 284 & -458 & 53 & 52 \end{pmatrix}$$

מצא את השינוי הכי גדול שאפשר לגרום לערכים העצמיים של המטריצה על ידי חיבור או חיסור של 1 לאחד הרכיבים של A. (יש למדוד את גודל הישנוי בערכים העצמיים בנורמה ∞.) בדוק שהתוצאה מתיישבת עם החסם שמצאנו בשיעור.

ב. חזור על השאלה בסעיף א. עבור המטריצה הסימטרית

$$\begin{pmatrix} 27.2813 & 25.2049 & 17.9907 & 9.0861 & 13.2309 \\ 25.2049 & 24.5643 & 15.5956 & 8.5354 & 13.4888 \\ 17.9907 & 15.5956 & 17.5604 & 7.0101 & 9.1568 \\ 9.0861 & 8.5354 & 7.0101 & 4.6456 & 4.5054 \\ 13.2309 & 13.4888 & 9.1568 & 4.5054 & 8.6965 \end{pmatrix}$$

2. א. מוסיפים למטריצה

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

מטריצה רנדומלית עם נורמה 0.1. האם זה נובע מהתוצאות שלמדנו בשיעור שהשינוי בערכים העצמיים לא יהיה גדול מ-0.1? נמק, ובדוק מה באמת קורה על ידי ניסוי במחשב. (ניתן לייצר מטריצה רנדומלית מגודל 5×5 עם נורמה 0.1 על ידי הפקודות

$$\texttt{r} = \texttt{rand}(5,5);$$
$$\texttt{r} = 0.1 * \texttt{r}/\texttt{norm}(\texttt{r}) \quad)$$

ב. כאשר מוסיפים מטריצה רנדומלית עם נורמה 0.1 למטריצה A, כמו בסעיף א, מה הוא השינוי הממוצע (בערך מוחלט) שנגרם בערכים העצמיים? (יש למצוא את התשובה על ידי ניסוי במחשב. יש להתייחס לשינויים בערכים העצמיים גם בנורמה 1 וגם בנורמה ∞).