

זמן המבחן: שעתיים.

מותר להשתמש בכל חומר עזר ובמחשב כיס.

עליך לענות על 4 מתוך 5 השאלות. ניקוד כל השאלות שווה.

יש לנמק היטב כל תשובה!

1. בארץ מסויימת, 30% מהנהגים הם מסוכנים ו-70% בטיחותיים. לנהג מסוכן, מספר התאונות שקורות לו/לה בשנה הוא משתנה מקרי פאוסון עם  $\lambda = 2$ . לנהג בטיחותי, מספר התאונות שקורות לו/לה בשנה הוא משתנה מקרי פאוסון עם  $\lambda = 0.8$ . לנהג שאין אנחנו יודעים עליו אם הוא מסוכן או בטיחותי, מהי ההסתברות שיקרה לו לפחות תאונה אחת תוך שנה מסויימת? אם ידוע שלנהג מסויים היו (בדיוק) 3 תאונות תוך שנה מסויימת, מהי ההסתברות שהוא נהג מסוכן?

2. כדי לנצח במשחק מחשב מסויים, השחקן צריך לבצע בהצלחה לפחות 4 מתוך 6 משימות שהמחשב מציב. הסיכוי של אורי לבצע בהצלחה כל אחת מהמשימות הוא 0.4. המשימות אינן תלויות זו בזו. מהי ההסתברות שאורי ינצח במשחק?  
 אורי החליט לשחק עד שינצח את המחשב. מהי ההסתברות שישחק לפחות 5 משחקים? אם כל משחק עולה 2 ש"ח, מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של ההוצאה הכוללת של אורי על המשחקים?

3. למשתנה המקרי  $X$  יש פונקציית צפיפות

$$f(x) = \begin{cases} c(c - |x|) & |x| < c \\ 0 & |x| \geq c \end{cases}$$

כאשר  $c$  הוא קבוע חיובי. מצא את  $c$ , את התוחלת ואת השונות של  $X$ , ואת ההסתברות  $P(|X| < \sigma)$ , כאשר  $\sigma$  היא סטיית התקן של  $X$ .

4. בוחרים באקראי מספר דו-ספרתי מורכב מהספרות 1, 2, 3, 4. יהא  $X$  מספר הספרות השונות המופיעות במספר, ו- $Y$  מספר הפעמים שבו מופיעה הספרה 1.  
 א. מצא את ההתפלגות המשותפת של הזוג  $X, Y$ .  
 ב. האם  $X, Y$  תלויים או בלתי תלויים? נמק.  
 ג. מצא את ה-covariance (קו-שונות, שונות משותפת) של  $X, Y$ .

5. במשחק מסויים, מהמר מרוויח  $n-1$  שקלים בהסתברות  $\frac{36}{37n}$ , ומפסיד שקל אחד בהסתברות

$$1 - \frac{36}{37n} \quad (n \text{ מספר טבעי גדול מ-1}).$$

א. מהי התוחלת ומהי השונות של רווח המהמר במשחק זה? (יש להתייחס להפסדים כרווחים שליליים!)

ב. מהי התוחלת ומהי השונות של הרווח הכולל של המהמר אם הוא משחק משחק זה  $N$  פעמים? (יש להניח שהתוצאות של כל משחק אינן תלויות זו בזו).

ג. בהנחה שהרווח הכולל שלו מתפלג נורמלית, מצא את הסיכוי שהמהמר יצא עם רווח חיובי (1) אחרי 100 משחקים עם  $n = 2$ , ו-(2) אחרי 100 משחקים עם  $n = 36$ .

בהצלחה!!