

זמן המבחן: שעתיים.

מוותר להשתמש בכל חומר עזר ובמחשב כיס.
 עליך לענות על כל השאלות. ניקוד כל השאלות שווה.

1. מטילים n קוביות משחק.

- א. מה היא ההסתברות שכל n התוצאות לא גדולות מ- r ? ($1 \leq r \leq 6$)
 ב. מה היא ההסתברות שהגדולה בין התוצאות היא s ? ($1 \leq s \leq 6$)

2. ראובן מטיל 3 קוביות משחק ורושם את סכום הריבועים של התוצאות. שמעון מטיל 13 קוביות משחק ורושם את סכום התוצאות. מה היא התוחלת של ההפרש בין המספרים שראובן ושמעון מקבלים? אם ראובן מטיל 6,3,2 מה היא (בערך) ההסתברות שהמספר של שמעון יהיה גדול מהמספר של ראובן?

3. משתנה מקרי X מקבל את הערכים $-1, 0, 1$ עם הסתברויות a, b, c בהתאם. מצא נוסחאות לתוחלת ולשונות של X . אם גם התוחלת וגם השונות הם $\frac{1}{2}$, מה הם a, b, c ? הוכח שהשונות לא יכולה להיות גדולה מ-1.

4. X, Y הם שני משתנים מקריים בלתי תלויים בעלי אותה ההתפלגות:

$$P(X = r) = P(Y = r) \quad \begin{matrix} r & 1 & 2 & 3 & 4 \\ & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \end{matrix}$$

מצא את ההסתברות ש- $X = Y$ ואת ההסתברות ש- $X > Y$. מצא גם את ההתפלגות של $X + Y$, ואת התוחלת והשונות של התפלגות זו.

5. זמן החיים (בשנים) T של מנוע של אוטו הוא משתנה מקרי רציף עם צפיפות

$$f(x) = cx^2(10 - x) \quad 0 < x < 10$$

כאשר c קבוע. מצא את c , ואת התוחלת והשונות של T . מה היא הסתברות שמנוע בן 7 שנים יחזיק מעמד עוד שנתיים?

6. כאשר עובדים עם התוכנה "מקרופלופ" הזמן בדקות עד לקריסת המערכת הוא בעל התפלגות $E(\frac{1}{100})$. לפתור בעייה מסויימת יקח 4 שעות עבודה ב-"מקרופלופ". מה ההסתברות לקבל זמן ריצה כזה בלי קריסת המערכת? מה ה- n הכי קטן כך שאם מפעילים "מקרופלופ" n פעמים יש הסתברות מעל $\frac{1}{2}$ שלפחות פעם אחת זמן הריצה יהיה מעל 4 שעות? מה ה- n הכי קטן כך שהסתברות זו מעל 95%? מה התוחלת והשונות של מספר הפעמים שיש להריץ את "מקרופלופ" כדי לפתור את הבעיה?