בס"ד

ד"ר.גרמי שיף

מבוא להסתברות, 88-162-01

תרגיל 2

1. מתוך 26 כרטיסים יש 20 לבנים ו-6 שחורים. אם אני מחלק את הכרטיסים לשתי קבוצות של 13, מה ההסתברות
   א. שיהיו כל 6 השחורים בקבוצה אחת?
   ב. שיהיו 5 שחורים בקבוצה אחת, ו-1 בקבוצה האחרת?
   ג. שיהיו 4 שחורים בקבוצה אחת, ו-2 בקבוצה האחרת?
   ד. שיהיו 3 שחורים בכל קבוצה?

2. אני שואל 200 אנשים ברחוב מתי יום ההולדת שלהם. האם ההסתברות שיהיה לאחד מהם (לפחות) אותו יום הולדת שיש לי קטנה או גדולה מ-$\frac{1}{2}$? מה המספר הכי קטן של אנשים שיש לי לשאול כך שתגיע הסתברות ל-$\frac{1}{2}$?

3. בכיתה לומדים 20 תלמידים. מה ההסתברות ש-4 מחודשי השנה מכילים כל אחד 3 ימי הולדת של התלמידים, ושאר 8 החודשים מכילים כל אחד יום הולדת יחיד? (יש להניח שיש סיכוי שוה להוולד בכל חודשי השנה.)

4. הוטלו שתי קוביות. המאורע A הוא המאורע שסכום שתי התוצאות הוא אי-זוגי, והמאורע B הוא שלפחות תוצאה אחת היא 1. מה משמעותם של המאורעות B^C, $A\cup B$, $A\cap B$, ו-$A\cap B^C$?

5. אם A,B,C הם 3 מאורעות, הוכח ש-
$$\mathbf{P}(A^C\cap(B\cup C))=\mathbf{P}(B)+\mathbf{P}(C)-\mathbf{P}(B\cap C)-\mathbf{P}(C\cap A)-\mathbf{P}(A\cap B)+\mathbf{P}(A\cap B\cap C)$$

6. הוכח ע"י אנדוקציה:
   א. הלמה של Boole:
$$\mathbf{P}(A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n)\leq\mathbf{P}(A_1)+\mathbf{P}(A_2)+\ldots+\mathbf{P}(A_n)$$
   ב. הלמה של Bonferroni:
$$\mathbf{P}(A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_n)\geq\mathbf{P}(A_1)+\mathbf{P}(A_2)+\ldots+\mathbf{P}(A_n)-(n-1)$$

7. בעיר מסויים עם אכלוסיה 100,000 יש שלושה עתונות A,B,C. ידוע ש-10% של האכלוסייה קוראים עיתון A, 30% עיתון B ו-5% עיתון C. 8% קוראים גם A וגם B, 2% גם A וגם C, ו-4% גם B וגם C. 1% קוראים כל שלושתם. כמה אנשים קוראים בדיוק עיתון אחד? כמה אנשים קוראים בדיוק שני עיתינות?