בס"ד

מבוא להסתברות, 88-162-01 ד"ר.גרמי שיף

תרגיל 11

1. חזור לשאלות 3,4 בתרגיל 5 ו-1,2 בתרגיל 7. מצא את השונויות של ההתפלגויות שמופיעות בשאלות אלה.

2. מצא את התוחלת, את החציון ואת השכיח בהתפלגויות $E(\lambda)$, $B(6,\frac{1}{3})$, $B(5,\frac{1}{3})$.

3. X הוא משתנה מקרי כלשהוא. תאר את $\mathbf{E}[(X-c)^2]$ כפונקציה של c.

4. המשתנים $X_1,\ldots,X_n$ הם בלתי תלויים בעלי התפלגות זהה, עם תוחלת μ ושונות σ^2. המשתנה המקרי $\bar{X}$ מוגדר על ידי $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$.
   א. הוכח ש- $\mathbf{E}[\bar{X}]=\mu$.
   ב. הוכח ש- $\mathrm{Var}(\bar{X})=\sigma^2/n$.
   ג. הוכח ש- $\mathbf{E}[\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2]=(n-1)\sigma^2$.

5. א. אם $Z\sim N(0,1)$, מצא את $\mathbf{E}[Z^3]$ ו- $\mathbf{E}[Z^4]$.
   ב. אם $Z\sim N(0,1)$ ו- $Y=a+bZ+cZ^2$ (a,b,c קבועים), מצא את $\rho(Y,Z)$.

6. הוכח שאם a,b,c,d קבועים ו-X,Y משתנים מקריים אז

$$\mathrm{cov}(aX+bY,cX+dY)=ac\mathrm{Var}(X)+(ad+bc)\mathrm{cov}(X,Y)+bd\mathrm{Var}(Y)$$