בס"ד

מבוא להסתברות, 88-162-01 ד"ר.גרמי שיף

תרגיל 1

1. בכמה דרכים ניתן להושיב 3 בנים ו-5 בנות בשורה? בכמה דרכים ניתן להושיב אותם כך שכל הבנים וכל הבנות יושבים ביחד?

2. כמה סידורים שונים יש של האותיות של המלה MISSISSIPPI?

3. בכמה דרכים ניתן לבחור ועד של חמשה אנשים מתוך 12? בכמה דרכים ניתן לחלק 12 אנשים ל-3 ועדים, שהם של 4,5 ו-3 אנשים?

4. א. בכמה דרכים ניתן לבחור r אנשים מתוך $n+m$?
ב. בכמה דרכים ניתן לבחור r אנשים מתוך קבוצה של n גברים ו-m נשים, אם רוצים שבקבוצה הנבחרת יהיו k נשים? (יש להניח ש- $r<n,m$)
ג. הוכח ש-

$$\binom{n+m}{r} = \binom{n}{0}\binom{m}{r} + \binom{n}{1}\binom{m}{r-1} + \ldots \binom{n}{r-1}\binom{m}{1} + \binom{n}{r}\binom{m}{0}$$

5. מה ההסתברות שמתוך $2n$ הטילים של מטבע, יתקבל בדיוק n פעמים "ראש" ו-n פעמים "זנב"? על ידי קירוב סטרלינג הראה שעבור n גדול ההסתברות היא קרובה ל- $1/\sqrt{\pi n}$.

6. מחלקים חפיסת קלפים לשתי ערימות של 26 קלפים. מה ההסתברות שיהיו בדיוק 13 קלפים שחורים בכל ערימה? (השתמש בקירוב סטרלינג למצוא תשובה נומרית.) למתעניינים בלבד: לכל $r=0,1,\ldots,13$ מצא את ההסתברות שיהיו r קלפים שחורים בערימה אחת ו- $26-r$ בערימה השנית. מה התוצאה הכי נפוצה?

7. א. בכמה דרכים ניתן לחלק n כדורים זהים ל-r תאים?
ב. בכמה דרכים ניתן לחלק n כדורים זהים ל-r תאים כך שיש לפחות 2 כדורים בכל תא? ($n \geq 2r$)