בס"ד

מבוא להסתברות, 88-162-01 ד"ר.גרמי שיף

תרגיל 5

1. א. כאשר מטילים מטבע תקין 10 פעמים, מה היא ההסתברות שלפחות 7 פעמים מקבלים "ראש"?
   ב. במבחן אמריקאי, יש בכל שאלה 3 תשובות אפשריות. סטודנט אחד מנחש את התשובה ב-5 שאלות. מה היא ההסתברות שבלפחות 3 משאלות אלה הוא ינחש את התשובה הנכונה?
   ג. בבית משפט מסוים, רק מוצאים את הנאשם אשם כאשר לפחות 9 מתוך 12 אנשי חבר המושבעים קובעים כי הוא אשם. ההסתברות שאחד המושבעים יקבע כי הנאשם אשם כאשר הוא חף מפשע היא 0.2, וההסתברות שיקבע כי הנאשם זכאי כאשר הוא אשם היא 0.1. החלטות אנשי חבר המושבעים הן בלתי תלויות. מה היא ההסתברות שבית המשפט ימצאו אשם נאשם שהוא חף מפשע? ומה היא ההסתברות שימצאו זכאי נאשם כאשר שהוא אשם?

2. א. למספר הנהרגים בתאונות דרכים כל יום יש התפלגות פאוסון עם $\lambda = 2$. מה היא ההסתברות שביום אחד ייהרגו יותר מ-4 אנשים?
   ב. אנשים נכנסים לחנות מסויימת בקצב של 1 בכל 2 דקות. מה היא ההסתברות שבמשך 5 דקות לא יכנס אף אחד? מה היא ההסתברות שמשך 5 דקות יכנסו לפחות 4 אנשים?

3. אם $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$ מצא:
   א. את $\mathbf{P}(X = r | X > 0)$ (כאשר $r = 1, 2, \ldots$).
   ב. את ההסתברות ש-X זוגי.

4. הוכח על ידי אנדוקציה שאם $X_1, X_2, \ldots, X_r$ הם משתנים מקריים בלתי-תלויים עם התפלגות פאוסון עם פרמטר λ, אזי ההתפלגות של הסזכום $X_1 + X_2 + \ldots + X_r$ היא גם פאוסון, עם פרמטר $r\lambda$.

5. א. אם $X \sim B(10, 0.1)$, השווה את הערכים המדוייקים ל-$\mathbf{P}(X = r)$, $r = 0, 1, 2$, לקירובים שמקבלים על ידי קירוב פאוסון להתפלגות הבינומית.
   ב. בהגרלה, ההסתברות לזכות בפרס היא $\frac{1}{100}$ לכל כרטיס. אם אני קונה 50 כרטיסים, מה היא (בערך) ההסתברות שאני אזכה בפרס אחד לפחות? מה היא ההסתברות שאני אזכה בבדיוק פרס אחד?

6. אם למשתנה המקרי X יש התפלגות בינומית שלילית עם פרמטרים r, p, מצא את $\mathbf{E}(X)$.