בס"ד

מבוא להסתברות, 88-162-01 — ד"ר.גרמי שיף

תרגיל 3

1. מטילים שתי קוביות. עבור $i = 2, 3, \ldots, 12$, מצא
   א. את ההסתברות שהתוצאה הראשונה היא 6 אם נתון שהסכום הוא i.
   ב. את ההסתברות שלפחות אחת מהתוצאות היא 6 אם נתון שהסכום הוא i.

2. בכד יש 5 כדורים לבנים ו-7 שחורים. כל פעם שנבחר כדור, נרשם הצבע שלו, והוא מוחזר לכד עם עוד שני כדורים מאותו הצבע. מצא את ההסתברות ששני הכדורים הראשונים שנבחרו הם שחורים, ואת ההסתברות ששני הכדורים הראשונים שנבחרו הם לבנים. מצא את ההסתברות ש-n הכדורים הראשונים שנבחרו הם שחורים.

3. באכלוסיה של 48% זכרים ו-52% נקבות, 5% מהזכרים ו-0.25% מהנקבות הם עיוורי צבעים.
   א. אם בוחרים באופן רנדומלי יחיד מהאכלוסיה, מה הסתברות שהוא/היא עיוור(ת) צבעים?
   ב. אם בוחרים באופן רנדומלי יחיד עיוור(ת) צבעים מהאכלוסיה, מה ההסתברות שנבחר זכר?

4. במאפייה מסויימת עובדים 3 אופים, A, B, C. כאשר האופים מכינים את עוגת הבית העוגה איננה תופחת בהסתברויות .05, .03, .02. בהתאמה. A מכין 50% של עוגות אלה, B מכין 30%, ו-C את השאר. איזה אחוז של הכשלונות נגרם על ידי A?

5. בכד יש 5 כדורים לבנים ו-10 שחורים. מטילים קוביה, ומוציאים באופן רנדומלי מהכד את המספר המסומן של כדורים. אם ידוע שכל הכדורים שהוצאו מהכד הם לבנים, מה ההסתב-רות שהוצאו 3?

6. אם סטודנט במבחן קורא את ההוראות הוא מקבל ציונים A,B,C,D בהסתברויות $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ בהתאמה. אם הוא לא קורא את ההוראות, דבר שקורא ב-75% של המקרים, ההסתברויות הם $\frac{3}{10}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$.
   א. מה ההסתברות שסטודנט יקבל ציון B?
   ב. מה ההסתברות שסטודנט שקבל ציון B קרא את ההוראות?

7. במשפחה עם i ילדים, המאורע A הוא המאורע שיש לפחות בן אחד ובת אחת במשפחה, והמאורע B הוא שאין יותר מבת אחת. הראה שאם $i = 2$, A ו-B הם תלויים, אם $i = 3$ הם בלתי תלויים, ואם $i = 4$ הם תלויים. (יש להניח שההסתברויות להולדת בן ולהולדת בת שוות בכל לידה).

8. הוכח:
   א. שאם A ו-B בלתי תלויים, A ו-C בלתי תלויים ו-B ו-C זרים ($B \cap C = \emptyset$), אזי A ו-$B \cup C$ בלתי-תלויים.
   ב. שאם A, B, C בלתי-תלויים אזי A ו-$B \cup C$ בלתי-תלויים.
   ג. שהמסקנה בסעיף א. איננה בהכרח נכונה אם לא כוללים את התנאי ש-B ו-C זרים.