

החבורה הסימטרית (88807) \ פרופ' רון עדין תשובות לשאלות בחינות תשע"א (מועדים א', ב')

מועד א'

1. (א) שימוש בנוסחת מורנגן-נקיאמה.
(ב) $\chi^2(\sigma) = 2$.

2. תהי $\pi \in S_5$, ונניח שידוע כי $\pi(5) = 4$ וכן ידועה טבלה אחת מזוג הטבלאות (P, Q) המתאים לה על פי אלגוריתם רובינסון-שנסטד:

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & \end{pmatrix}$$

(א) $P = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & \end{pmatrix}$ או $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & \end{pmatrix}$
(ב) $(P', Q') = (Q, P)$

3. (א) למשל: $(i, j) = (1, i)(1, j)(1, i)$, והחילופים יוצרים את S_n .
(ב) כל התמורות הנתונות זוגיות.

4.

| | size(C) | 2 | 3 | 1 | |
|---------------|-------------------------------|-----------|-------------|---------------|-----|
| dim(χ) | $\chi \setminus C$ | $C_{(3)}$ | $C_{(2,1)}$ | $C_{(1,1,1)}$ | |
| 1 | $\chi^{(3)}$ | 1 | 1 | 1 | (א) |
| 2 | $\chi^{(2,1)}$ | -1 | 0 | 2 | |
| 1 | $\chi^{(1,1,1)}$ | 1 | -1 | 1 | |
| | $\chi \setminus C$ | $C_{(3)}$ | $C_{(2,1)}$ | $C_{(1,1,1)}$ | |
| | $2\chi^{(3)}$ | 2 | 2 | 2 | |
| | $2\chi^{(1,1,1)}$ | 2 | -2 | 2 | (ב) |
| | $\chi^{(3)} + \chi^{(1,1,1)}$ | 2 | 0 | 2 | |
| | $\chi^{(2,1)}$ | -1 | 0 | 2 | |

(ג) $\chi = \chi^{(3)} + \chi^{(1,1,1)}$ לכן $\chi(s_1 s_2) = 2$, $\chi(s_1) = 0$

5. (א) למשל באינדוקציה על n .
(ב) גזירת לוגריתם הפונקציה היוצרת והצבת $q = 1$.

מועד ב'

1. (א) לא ניתן להוריד רצועת שפה באורך 3.
(ב) ישנן 3 דרכים להוריד רצועת שפה באורך 2, ובכולן הרצועה אופקית ולכן תורמת סימן חיובי. שאר הרצועות, באורך 1, תורמות גם הן רק סימנים חיוביים.
2. (א) לפי משפט שנסטד: 4 (עולה), 2 (יורדת).
(ב) $P = Q$, ולכן $\pi = 125634 = (1)(2)(35)(46)$.
3. (א) $\pi = (134)(26)(5)$. מבנה המחזורים מחייב $\sigma = (146)(25)(3)$.
(ב) אורכי המחזורים חייבים להיות אי-זוגיים שונים, ז"א: (5,1). למשל: $\pi = (12345)(6)$, $\sigma = (12354)(6)$. כל התמורות המצמידות הן אי-זוגיות, כי אחת מהן היא (45) והאחרות הן כפולות של (45) בתמורה המתחלפת עם π , שהיא בהכרח חזקה של π ולכן זוגית.
4. (א) מעבר מהצגת תמורה כמכפלת מחזורים, על ידי מחיקת סוגריים, להצגה כסדרת ערכים וקריאת הסדרה מהסוף להתחלה מעבירים את *exc* ל-*des*, בתנאי שהמחזורים כתובים בצורה קנונית: המספר הראשון הוא הקטן ביותר במחזור, והמחזורים מופיעים בסדר יורד של האיברים הראשונים.
(ב) התמורה עם מחזור אחד $(12\dots n)$; התמורה עם סדרת ערכים $21\dots n$.
5. (א) $g = ba$.
(ב) מתקיימים כל יחסי קוקסטר.
(ג) $Y((ab)^3) = (Y(a)Y(b))^3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ הוא איבר היחידה.