

## מבוא לקומבינטוריקה (89254) \ פרופ' רון עדין בחינת סיום (מועד ב')

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).  
מותר להשתמש בדף הנוסחאות המצורף. אין להשתמש בכל חומר עזר אחר, פרט  
למחשבון.  
יש לענות על 5 מתוך 6 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.  
נא להסביר ולנמק בברור את הפתרון, ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים.

### *בהצלחה!*

- מצא את מספר הכיסויים המלאים של לוח בגודל  $3 \times n$  על-ידי אבני דומינו;  
רשום תשובה פשוטה ככל האפשר. בדוק את תשובתך עבור  $1 \leq n \leq 4$ .
- כמה קבוצות של 4 מספרים מתוך  $\{1, \dots, 100\}$  אינן מכילות שני מספרים  
עוקבים?  
3. הוכח:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n} \quad (n \geq 0)$$

- כידוע, מספר החלוקות של מתומן (מצולע בעל 8 צלעות) למשולשים על-ידי  
אלכסונים לא-נחתכים הוא מספר קטלאן

$$C_6 = \frac{1}{7} \binom{12}{6} = 132.$$

מהו מספר החלוקות כנ"ל של מתומן משוכלל, אם לא מבחינים בין חלוקות  
המתקבלות זו מזו על-ידי סיבוב כלשהו של המתומן?

- חשב את מקדם  $x^8$  בפיתוח של  $(1 + 2x + 4x^2)^{200}$ .

- פתור את נוסחת הרקורסיה

$$a_n - 3a_{n-2} - 2a_{n-3} = 8 \quad (n \geq 3)$$

עם תנאי ההתחלה

$$a_0 = 0, \quad a_1 = -4, \quad a_2 = 9.$$

בדוק את תשובתך עבור  $n = 3$ .