

מבוא לקומבינטוריקה (88554) \ פרופ' רון עדין בחינת סיום (מועד ב')

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).
 מותר להשתמש בדף הנוסחאות המצורף. אין להשתמש בכל חומר עזר אחר, פרט
 למחשבון.
 יש לענות על 5 מתוך 6 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.
 נא להסביר ולנמק בבירור את הפתרון, ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים.

מהצחה!

1. הוכיחו: אם $a(x)$, $b(x)$ הם טורי חזקות פורמליים מעל שדה F , אז ההרכבה
 $a(b(x))$ מוגדרת כטור חזקות פורמלי (באופן המקובל) אם ורק אם $a(x)$ הוא

$$\text{פולינום או } b_0 = 0 \text{ (כאשר } b(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n \text{)}$$

2. בכמה מספרים עשרוניים בעלי n ספרות לכל היותר, שכולן זוגיות (0, 2, 4, 6 או
 8), סכום הספרות הוא 30?

3. הוכיחו: בכל סדרה של 70 מספרים שלמים יש תת-סדרה רצופה (לא ריקה)
 שסכום ריבועי המספרים בה מתחלק ב-70.

4.

(א) מצאו את חזקת 5 המדויקת המחלקת את המקדם הבינומי $\binom{150}{34}$.

(ב) מצאו את 3 הספרות הימניות ביותר בהצגה העשרונית של המקדם הנ"ל.

5. הוכיחו:
$$\binom{n}{0} - \binom{n}{3} + \binom{n}{6} - \binom{n}{9} + \dots = O(\sqrt{3}^n)$$

6. מצאו את מספר הילוכי השריג $(n, n) \rightarrow (0, 0)$, עם צעדים למעלה וימינה בלבד,
 הנמצאים ממש מתחת לישר $y = x + 3$.